Álgebra Linear

Mestrado Integrado em Engenharia Informática

Teste 2 - $\boxed{\text{A}}$

Universidade do Minho
Escola de Ciências
Departamento de Matemática

18 janeiro 2021 Duração: 1h 30m

Nome: ______________________________

Número: ____________ Turno: ____________

Grupo I

Responda às questões deste grupo nos espaços indicados, sem apresentar os seus cálculos.

1. Seja $U = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$, onde $\mathbf{u} = (1,1,1)$ e $\mathbf{v} = (0,1,1)$.

a) Duas possíveis bases de U são:

b) $U = \{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 : \quad \}$.

c) Um vetor $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ tal que $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$ é uma base de $\mathbb{R}^3$ pode ser: $\mathbf{w} =$

d) $V = \langle (1,2,2) \rangle$ é um subespaço de U? , porque

2. Seja T a aplicação linear cuja representação matricial é $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

a) Uma base para $\operatorname{Im} T$ é

b) $\dim \operatorname{Nuc} T =$

c) A aplicação linear T é sobrejetiva?

d) O vetor $(3,3,6,5,0)$ pertence a $\operatorname{Nuc} T$?

3. Seja A uma matriz quadrada cujo polinómio característico é $p_A(\lambda) = (\lambda + \frac{1}{2})(\lambda - \frac{1}{2})(\lambda - 2)^2$.

a) $\det(A) =$ e $\operatorname{tr}(A) =$

b) Existe um vetor não nulo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$ tal que $A\mathbf{x} = 2\,\mathbf{x}$? , porque

c) $\operatorname{car}(A) =$ porque

d) A matriz $2A + I$ é invertível? , porque

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

a) O polinómio característico de A é $p_A(\lambda) =$

b) O subespaço próprio associado ao <u>menor</u> dos valores próprios de A é:

c) O <u>maior</u> dos valores próprios de A tem multiplicidade algébrica igual a e multiplicidade geométrica igual a 1.

d) A matriz A é diagonalizável? , porque

Grupo II

Responda às questões deste grupo numa folha de teste, apresentando os seus cálculos.

1. Considere os seguintes subespaços do espaço vetorial $\mathbb{R}^4$:

$$U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\},$$

$$V = \langle (1, -1, 0, 1), (0, -1, 1, 0), (2, -1, -1, 2), (-3, 1, 2, -3) \rangle.$$

a) Determine uma base e indique qual a dimensão de V.

b) Diga, justificando, se $U = V$.

c) Determine $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tais que $(\alpha, 1, 2, \beta) \in V$.

2. Sejam V um espaço vetorial real e $(\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n)$ uma sua base e seja $T : V \to V$ uma transformação linear. Mostre que, se $\big(T(\mathbf{v}_1), \ldots, T(\mathbf{v}_n)\big)$ é uma base de V, então T é uma aplicação injetiva.