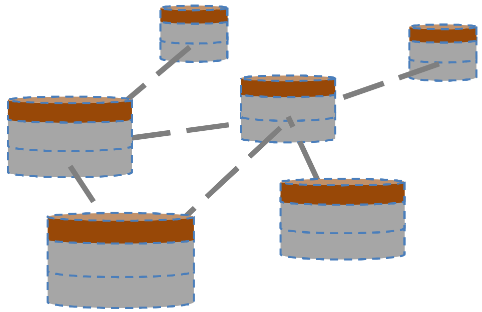


Sistemas de Bases de Dados
Notas de Leitura

06 >> Álgebra Relacional

Orlando Belo

Departamento de Informática, Escola de Engenharia, Universidade do Minho
PORTUGAL

> www.di.uminho.pt/~omb
> www.researchgate.net/profile/Orlando_Belo

2020

06

Resumo

Nesta unidade de ensino abordamos a Álgebra Relacional, sua terminologia e conceitos básicos, bem como fazemos uma exposição sustentada da generalidade das suas operações e operadores. Todos estes tópicos são abordados gradualmente, acompanhados por exercícios de demonstração prática da sua aplicação e algumas explicações sobre algumas questões pertinentes. Além disso, apresenta-se uma lista de referências para estudo e acompanhamento das matérias abordadas, algumas ferramentas de trabalho e outros apontadores que consideramos bastante úteis na aprendizagem e aplicação da Álgebra Relacional.

Estrutura da Apresentação

- Introdução.
- A Álgebra Relacional.
- Os operadores da Álgebra Relacional.
- Seleção, projeção e junção.
- União, intersecção, diferença, divisão e produto cartesiano.
- Extensões aos operadores base.
- Mudança de nome, atribuição, ordenação e agrupamento.
- Exemplos de Aplicação.

Introdução

- Edgar Codd entre 1969-1971 publicou dois trabalhos muito importantes que apresentavam o modelo de dados relacional e as linguagens de manipulação de dados relacionais, a Álgebra Relacional e o Cálculo Relacional.
- Apesar do modelo de dados relacional ser muito importante, foram as linguagens concretas de manipulação de dados que constituíram o aspecto de maior realce nessa altura.
- Essas linguagens disponibilizaram pela primeira vez a possibilidade de manipular os dados somente com base nas suas características lógicas. Codd apresentou as bases da Álgebra Relacional em 1970.

A Álgebra Relacional

- A Álgebra Relacional é uma das duas linguagens de interrogação formais associadas com o Modelo Relacional, uma linguagem teórica com operações que podem ser realizadas em uma ou mais relações, definindo uma nova relação sem que as relações originais sejam modificadas.
- As interrogações (*queries*) em Álgebra Relacional são construídas com base numa coleção de operadores.

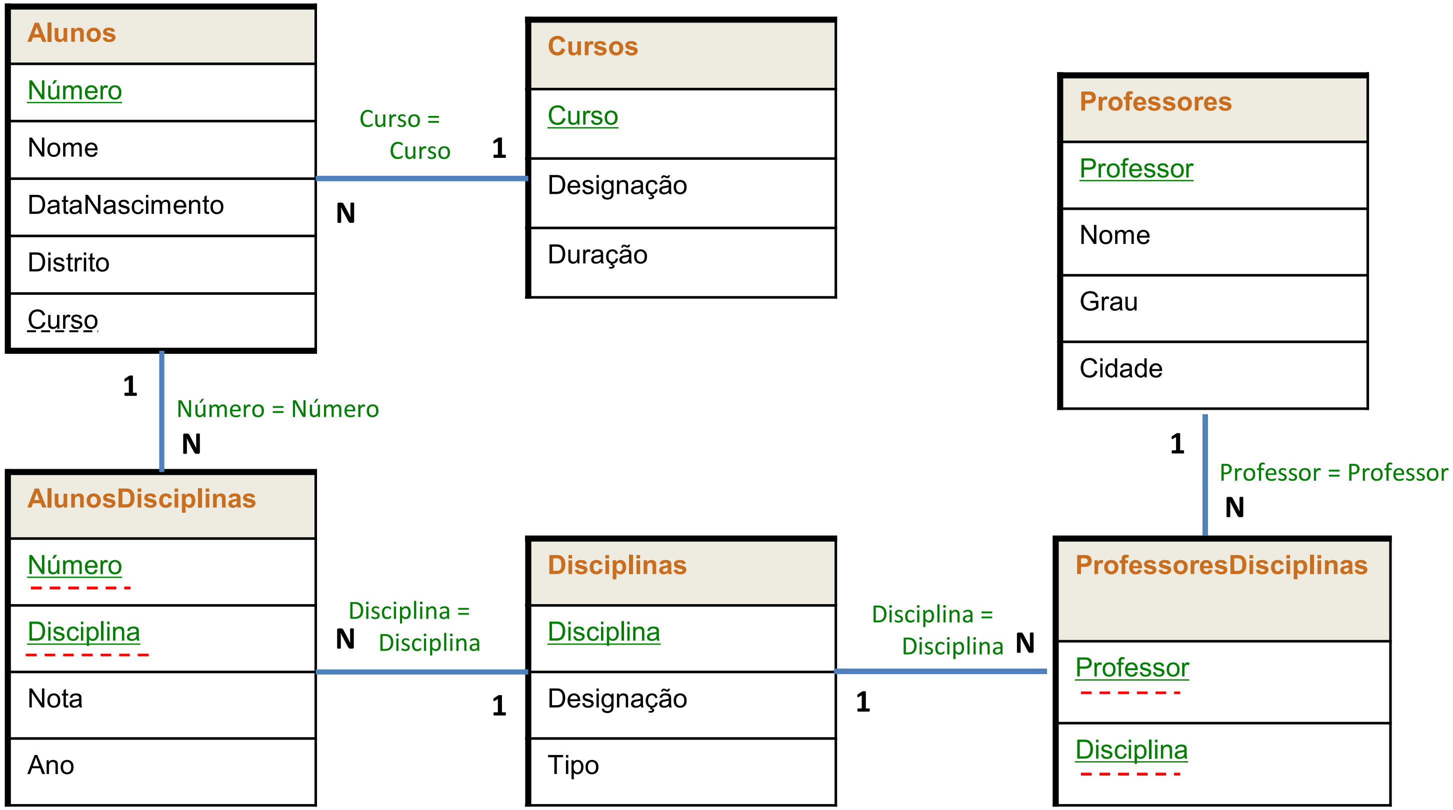
Operações da Álgebra Relacional

- As operações de Álgebra Relacional manipulam relações, isto é, utilizam uma ou duas relações para criar uma nova relação, que pode ser utilizada depois como entrada numa outra operação.
- A forma de resolver uma dada interrogação pode ser feita de modo gradual, o que possibilita a experimentação de soluções intermédias ou parciais e, consequentemente, optimização da forma de satisfação de interrogações.

Os Operadores da Álgebra Relacional

- Em termos gerais, podemos organizar os operadores da Álgebra Relacional em:
  - Operadores Relacionais:
    - Seleção (σ), Projeção (π) e Junção ($\bowtie$).
  - Operadores de Conjuntos:
    - União ($\cup$), Interseção ($\cap$), Diferença ($-$), Divisão (/) e Produto Cartesiano (X).
  - Outros Operadores:
    - Mudança de nome (δ) e Atribuição ($\leftarrow$).

O Esquema da Base de Dados



A Base de Dados

Alunos

Número	Nome	Data Nascimento	Distrito	Curso
1000	João	1980/12/01	Braga	INF
2000	Ana	1981/12/01	Porto	MAT
3000	Maria	1979/12/01	Aveiro	INF

Cursos

Curso	Designação	Duração
INF	Informática	5
MAT	Matemática	5
FIS	Física	4

Disciplinas

Disciplina	Designação	Tipo
PRC	Programação de Computadores	Semestral
ANN	Análise Numérica	Semestral
MAT	Matemática	Anual
SBD	Sistemas de Bases de Dados	Anual

Alunos-Disciplinas

Número	Disciplina	Nota	Ano
1000	PRC	15	2000
2000	ANN	13	2001
1000	SBD	14	2001
3000	ANN	14	2001

Professores

Professor	Nome	Grau	Cidade
001	António Castro	1	Braga
002	José Silva	3	Porto
003	Cristina Campos	1	Vila Real

Professores-Disciplinas

Professor	Disciplina
001	PRC
001	ANN
002	SBD
002	PRC

Estas instâncias serão utilizadas nos exemplos que de seguida iremos encontrar.

A Operação de Seleção (σ)

- A operação de seleção, sobre uma dada relação S, dá origem a uma relação com esquema igual a S contendo apenas os registos que verifiquem a condição de seleção.
- Em termos gerais a condição de seleção é uma combinação booleana de termos envolvendo as conectivas lógicas $\wedge$ ou $\vee$ e os operadores de comparação $<$, $\leq$, $>$, $\geq$,$\neq$ ou $=$

A Operação de Seleção (σ)

- A operação de seleção (σ) permite-nos manipular dados contidos numa única relação através da seleção de registos contidos nessa relação.
- Considerando a base de dados apresentada anteriormente, podemos obter os registos dos alunos que estão inscritos no curso 'INF', através da seguinte expressão:
  - $R \leftarrow \sigma_{\text{Curso='INF'}}$ (Alunos)

R

Número	Nome	Data Nascimento	Distrito	Curso
1000	João	1980/12/01	Braga	INF
3000	Maria	1979/12/01	Aveiro	INF

A Operação de Seleção (σ)

- Exemplo 1: Quais são os alunos que vieram do Distrito de ‘Aveiro’ e que estão inscritos no Curso como código ‘INF’?
  - $R \leftarrow \sigma_{\text{(Distrito = ‘Aveiro’)} \wedge \text{(Curso=‘INF’)}} \text{(Alunos)}$

R

Número	Nome	Data Nascimento	Distrito	Curso
3000	Maria	1979/12/01	Aveiro	INF

- Exemplo 2: A que disciplinas é que o aluno com o número 1000 obteve classificação superior a 12?
  - $R \leftarrow \sigma_{\text{(Número = ‘1000’)} \wedge \text{(Nota > 12)}} \text{(Alunos-Disciplinas)}$

R

Número	Disciplina	Nota	Ano
1000	PRC	15	2000
1000	SBD	14	2001

A Operação de Seleção (σ)

- Exemplo 3: Quais são os professores da disciplina com o código ‘PRC’?
  - $R \leftarrow \sigma_{(Disciplina = 'PRC')}$ (Professores-Disciplinas)

R

Professor	Disciplina
001	PRC
002	PRC

A Operação de Projeção (π)

- A operação de Projeção (π) permite-nos manipular dados contidos numa única relação através da seleção de atributos contidos nessa relação.
- Considerando a base de dados anteriormente apresentada, podemos obter uma relação com os códigos dos cursos que têm alunos inscritos, através da seguinte expressão:
  - π_{Curso} (Alunos)

Curso
INF
MAT

A Operação de Projeção (π)

- A operação de projeção sobre uma dada relação dá origem a uma relação com um esquema contendo apenas a lista de atributos da operação de projeção.
- A relação resultante de uma operação de projeção não contém registos repetidos – existe sempre um processo de eliminação de registos repetidos subjacente à operação de projeção.

A Operação de Projeção (π)

- Quais os graus (habilitações) dos professores?
  - $R \leftarrow \pi_{\text{Grau}}$ (Professores)

Grau
1
3

- Quais os números, nomes e distritos dos alunos?
  - $R \leftarrow \pi_{\text{Número, Nome, Distrito}}$ (Alunos)

Número	Nome	Distrito
1000	João	Braga
2000	Ana	Porto
3000	Maria	Aveiro

Seleção e Projeção

- Quais os códigos dos cursos em que estão inscritos os alunos do distrito do Porto?
  - $R \leftarrow \pi_{\text{Curso}} (\sigma_{(\text{Distrito} = \text{'Porto'})} (\text{Alunos}))$

Curso
MAT

- Apresente uma relação contendo os números dos alunos e as disciplinas que realizaram cujas notas foram lançadas no ano de 2001?
  - $R \leftarrow \pi_{\text{Número, Disciplina}} (\sigma_{(\text{Ano} = 2001)} (\text{Alunos-Disciplinas}))$

Número	Disciplina
2000	ANN
1000	SBD
3000	ANN

O Produto Cartesiano

- Um Produto Cartesiano ($\times$) entre duas relações R e S ($R \times S$), define como resultante uma relação que é a "concatenação" de todos os registos da relação R com todos os registos da relação S.
- O esquema da relação resultante contém todos os atributos de R e de S, apresentados pela ordem com que aparecem respectivamente em R e em S.
- Numa situação em que relações envolvidas num Produto Cartesiano conterem atributos com designações iguais ocorre um conflito de nomes, sendo resolvido através da substituição dos nomes em questão pela sua posição nas relações.

O Produto Cartesiano - Exemplos

- Exemplo 1: Combinação da relação “Professores” com a relação “Disciplinas” da base de dados apresentada.
  - Professores × Disciplinas

Professor	Nome	Grau	Cidade	Disciplina	Designação	Tipo
001	António Castro	1	Braga	PRC	Programação de Computadores	Semestral
001	António Castro	1	Braga	ANN	Análise Numérica	Semestral
001	António Castro	1	Braga	SBD	Sistemas de Bases de Dados	Anual
001	António Castro	1	Braga	MAT	Matemática	Anual
002	José Silva	3	Porto	PRC	Programação de Computadores	Semestral
002	José Silva	3	Porto	ANN	Análise Numérica	Semestral
002	José Silva	3	Porto	SBD	Sistemas de Bases de Dados	Anual
002	José Silva	3	Porto	MAT	Matemática	Anual
003	Cristina Campos	1	Vila Real	PRC	Programação de Computadores	Semestral
003	Cristina Campos	1	Vila Real	ANN	Análise Numérica	Semestral
003	Cristina Campos	1	Vila Real	SBD	Sistemas de Bases de Dados	Anual
003	Cristina Campos	1	Vila Real	MAT	Matemática	Anual

A Operação de Junção

- A operação de Junção ($\bowtie$) é uma das operações mais úteis em Álgebra Relacional, sendo utilizada essencialmente na combinação da informação contida entre duas ou mais tabelas.
- Uma junção pode ser definida como um produto cartesiano seguido por operações de seleção e de projeção, mas é uma operação que na prática é muito mais utilizada que os produtos cartesianos.

A Operação de Junção

- Existem vários tipos de junções:
  - Junção Natural ($\bowtie$).
  - Teta-Junção ($\bowtie_{A\theta B}$).
  - Equi-Junção ($\bowtie_{A=B}$).
  - Junção Externa ("Outer Join")
    - Esquerda (⟕), Direita (⟖) ou Completa (⟗).
  - Semi-Junção ($\ltimes$)
  - Anti-Junção ($\rhd$).
  - Auto-Junção.

A Junção Natural

- A operação de Junção Natural permite inter-relacionar duas relações através de atributos que sejam comuns às duas relações e que possuam valores iguais.
- A operação de junção natural é realizada essencialmente em três fases:
  - 1) realiza-se um produto cartesiano entre as duas relações envolvidas;
  - 2) todos os registos da tabela resultante cujos valores dos atributos que garantem a junção são diferentes são eliminados;
  - 3) uma vez que na tabela resultante aparecem repetidos os atributos de junção contendo informação idêntica, um deles pode ser eliminado.
- O esquema da relação resultante contém todos os atributos de ambas as relações – excluindo-se um dos atributos de junção.

A Junção Natural

- Assim, se pretendermos combinar a informação da relação "Alunos" com a da relação "Cursos", podemo-lo fazer através da seguinte expressão:
  - Alunos ⋈ Cursos

Número	Nome	Data Nascimento	Distrito	Curso	Designação	Duração
1000	João	1980/12/01	Braga	INF	Informática	5
2000	Ana	1981/12/01	Porto	MAT	Matemática	5
3000	Maria	1979/12/01	Aveiro	INF	Informática	5

- Se as duas relações envolvidas numa operação de junção natural não possuírem qualquer atributo comum, então a operação de junção natural é equivalente a um produto cartesiano entre as duas relações.

A Junção Natural - Exemplos

- Exemplo 1: Quais são as disciplinas que os professores leccionam?
  - Professores ⋈ Professores-Disciplinas

Professor	Nome	Grau	Cidade	Disciplina
001	António Castro	1	Braga	PRC
001	António Castro	1	Braga	ANN
002	José Silva	3	Porto	PRC
002	José Silva	3	Porto	SBD

- Exemplo 2: Quais foram as notas obtidas pelos alunos nas disciplinas que frequentaram?
  - Alunos ⋈ Alunos-Disciplinas

Número	Nome	Data Nascimento	Distrito	Curso	Disciplina	Nota	Ano
1000	João	1980/12/01	Braga	INF	PRC	15	2000
1000	João	1980/12/01	Braga	INF	SBD	14	2001
2000	Ana	1981/12/01	Porto	MAT	ANN	13	2001
3000	Maria	1979/12/01	Aveiro	INF	ANN	14	2001

Teta-Junção ($\bowtie_{A\theta B}$)

- Uma operação de teta-junção ($R \bowtie_{A\theta B} S$) gera uma relação contendo todos os registos resultantes do produto cartesiano ($R \times S$) que satisfaçam o expressão predicativa $A\theta B$, em que A poderá ser um qualquer atributo de R, B um qualquer atributo de S e θ um dos operadores de comparação - $=$, $\neq$, $<$, $\leq$, $>$ e $\geq$.
- A operação de teta-junção também pode ser expressa em função de um produto cartesiano seguido de uma seleção:
  - $R \bowtie_{A\theta B} S = \sigma_{A\theta B} (R \times S)$

Teta-Junção - Exemplos

- Exemplo 1: Quais são os professores que podem ser responsáveis por projetos, sabendo-se que têm que ter um grau igual ou superior àquele que é exigido pelo projeto.
  - Para esta consulta temos que assumir a existência de uma nova relação na base de dados, contendo informação sobre os projetos existentes:

Projetos

Projeto	Designação	Grau Exigido
001	Ensino à Distância	1
002	Avaliação Automática	3
003	Escola Feliz	2

Teta-Junção – Exemplos

- Assim, a nossa expressão em Álgebra Relacional para o exemplo 1 poderia ser algo do género:
  - $\text{Professores} \bowtie_{\text{Professores.Grau} \geq \text{Projectos.Grau}} \text{Projetos}$

Professor	Nome	Grau	Cidade	Projeto	Designação	Grau Exigido
001	António Castro	1	Braga	001	Ensino à Distância	1
002	José Silva	3	Porto	001	Ensino à Distância	1
002	José Silva	3	Porto	002	Avaliação Automática	3
002	José Silva	3	Porto	003	Escola Feliz	2

Equi-Junção ($\bowtie_{A=B}$)

- A equi-junção é um caso particular da teta-junção, que ocorre quando θ é substituído pelo operador de igualdade (=).
- De forma semelhante à teta-junção, a operação de equi-junção é representada por $R \bowtie_{A=B} S$, em que A poderá ser um qualquer atributo de R e B um qualquer atributo de S.
- Por exemplo, se quiséssemos saber quais os professores que leccionaram a disciplina de código 'PRC', poderíamos utilizar a seguinte expressão:
  – $Professores \bowtie_{Professores.Professor\ =\ Professores\text{-}Disciplinas.Professor} (\sigma_{(Disciplina\ =\ 'PRC')} (Professores\text{-}Disciplinas))$

Professor	Nome	Grau	Cidade	Disciplina
001	António Castro	1	Braga	PRC
002	José Silva	3	Porto	PRC

Junção Interna (“Inner Join”)

- A operação de junção interna é igual à operação de equi-junção e, como tal, é expressa da mesma forma - uma operação de junção interna é uma operação de equi-junção.

Junção Externa (“Outer Join”)

- Por vezes há a necessidade de combinar todos os registos das relações envolvidas na operação de junção mesmo quando estes não obedeçam às suas expressões de controlo.
- Existem três variantes para as operações de junção externa:
  - Junção Externa à Esquerda (⟕)
  - Junção Externa à Direita (⟖)
  - Junção Externa Completa (⟗).

Junção Externa à Esquerda (⟕)

- A operação de junção externa à esquerda (*left outer join*) integra na relação final todos os registos da relação à esquerda, mesmo quando estes não obedecem aos critérios de junção definidos.
- Por exemplo, para saber qual o serviço lectivo que os professores da Escolinha têm (ou não) poderíamos escrever a seguinte expressão:
  - Professores ⟕ Professores-Disciplinas

Professor	Nome	Grau	Cidade	Disciplina
001	António Castro	1	Braga	PRC
001	António Castro	1	Braga	ANN
002	José Silva	3	Porto	SBD
002	José Silva	3	Porto	PRC
003	Cristina Campos	1	Vila Real	<NULO>

Quando não existem valores correspondentes apresentam-se nulos.

Registo sem equivalente na relação do lado direito.

Junção Externa à Direita (⟖)

- A operação de junção externa à direita (*right outer join*), contrariamente à junção externa à esquerda, integra na relação final todos os registos da relação à direita, mesmo quando estes não obedecem aos critérios de junção definidos.
- Exemplo: Quais as disciplinas que estão (ou não) a ser leccionadas na Escolinha poderíamos escrever a seguinte expressão:
  – Professores-Disciplinas ⟖ Disciplinas

Professor	Disciplina	Designação	Tipo
001	PRC	Programação de Computadores	Semestral
001	ANN	Análise Numérica	Semestral
<NULO>	MAT	Matemática	Annual
002	SBD	Sistemas de Bases de Dados	Annual
002	PRC	Programação de Computadores	Semestral

Junção Externa Completa (⟗)

- A operação de junção externa completa (*full outer join*) integra na relação final todos os registos da relação à esquerda e da relação à direita, mesmo quando estes não obedeçam aos critérios de junção definidos.
- Para ilustrar esta operação, vamos considerar uma nova relação (Funcionários):

Funcionários

Funcionários	Nome	Cidade
001	Fernando Costa	Braga
002	António Castro	Guimarães
003	Isabel Rodrigues	Viana

Junção Externa Completa (⟗)

- Com a nova relação podemos verificar que Funcionários e Professores da Escolinha habitam (ou não) na mesma cidade:
  – Funcionários ⟗ Professores

Funcionários	Nome	Cidade	Professor	Nome	Grau
001	Fernando Costa	Braga	001	António Castro	1
002	António Castro	Guimarães	<NULO>	<NULO>	<NULO>
003	Isabel Rodrigues	Viana	<NULO>	<NULO>	<NULO>
<NULO>	<NULO>	Porto	002	José Silva	3
<NULO>	<NULO>	Vila Real	003	Cristina Campos	1

Semi-Junção (⋉,⋊)

- A semi-junção (*semi join*) permite reduzir o número de registos envolvidos numa operação, com a aplicação de uma operação de projeção sobre a primeira relação (relação à esquerda) envolvida na expressão.
- A semi-junção foi definida com o objetivo de reduzir o custo de processamento de uma operação de junção, fazendo a projeção das colunas de uma relação apenas – o que acontece frequentemente na prática.

Semi-Junção ($\ltimes$,$\rtimes$)

- Ao escrevermos R $\ltimes$ S estamos a fazer uma junção entre as relações R e S seguida de uma operação de projeção segundo o esquema de R (uma semi-junção à esquerda), algo que se pode traduzir no seguinte:
  - $R \ltimes S = \pi_{r1,\ldots,rn} (R \bowtie S)$

  enquanto que uma uma junção entre as relações R e S seguida de uma operação de projeção segundo o esquema de S (uma semi-junção à direita) pode ser traduzida como:
  - $R \rtimes S = \pi_{s1,\ldots,sn} (R \bowtie S)$

Semi-Junção – Exemplos

- Exemplo: Apresente a informação disponível na base de dados da Escolinha para os cursos que têm alunos inscritos:
  - Cursos ⋉ Alunos

Curso	Designação	Duração
INF	Informática	5
MAT	Matemática	5

Anti-Junção ($\triangleright$)

- Tuplos de R que não satisfaçam a condição de junção.

  - $R \triangleright S = R - (R \ltimes S)$ ou então
  - $R \triangleright S = R - \pi_{r1,\ldots,rn}(R \ltimes S)$

    (em que r1..rn é o conjunto de atributos que constituem o esquema de R)

Neste caso, em particular, temos uma semi-junção à esquerda.

Auto-junção

- A operação de auto-junção é a junção de uma dada relação com ela própria. Por exemplo:
  - Alunos $\bowtie$ Alunos

As Operações dos Conjuntos

- Nas expressões em Álgebra Relacional também podemos utilizar as operações básicas dos conjuntos, nomeadamente:
  - União ($\cup$)
  - Interseção ($\cap$)
  - Diferença (–)
  - Divisão (/)
  - Produto Cartesiano (X).

A Operação de União (∪)

- A operação de União (∪) realizada entre duas relações (R ∪ S) permite-nos combinar os dados de duas relações.
- Em Álgebra Relacional, antes da operação de união ser aplicada, deve-se verificar se ambas relações têm exatamente os mesmos atributos - número de atributos igual e tipo de domínios equivalentes para atributos correspondentes. Se tal acontecer dizemos que essas duas relações são união compatíveis.
- A compatibilidade das relações em termos de união é necessária para que o resultado da operação de união seja uma relação.

A Operação de União (U)

- Consideremos agora uma nova relação "Docentes-Exteriores", que contém informação acerca dos professores que leccionam numa outra escola:

Docentes-Exteriores

Professor	Nome	Grau	Cidade
001	António Castro	Mestre	Braga
004	José Barroso	Doutorado	Lisboa
005	Ana Ferreira	Licenciado	Coimbra
007	Cristina Alves	Mestre	Porto

- Se analisarmos a relação "Inscritos" verificamos a sua compatibilidade em termos de união com a relação "Alunos" da nossa base de dados de trabalho.

A Operação de União - Exemplos

- Exemplo: reunir os professores das duas escolas numa única relação poderíamos fazê-lo através da seguinte expressão:
  - Professores ∪ Docentes-Exteriores

Professor	Nome	Grau	Cidade
001	António Castro	1	Braga
002	José Silva	3	Porto
004	José Barroso	1	Doutorado
005	Ana Ferreira	1	Licenciado
007	Cristina Alves	1	Mestre

- Qualquer registo que apareça simultaneamente nas duas relações envolvidas na operação só aparece uma única vez na relação resultante. Assim na relação resultante da operação Professores ∪ Docentes-Exteriores o registo referente ao aluno {1000, João} só aparece uma vez. Todos os registos repetidos são eliminados.

A Intersecção (∩)

- A operação de Intersecção (∩) realizada entre duas relações (R ∩ S) identifica-nos o conjunto de todos os tuplos que estão simultaneamente nas duas relações envolvidas na operação - a relação resultante assume o esquema da primeira relação.
- Para que seja possível realizar uma operação de intersecção é necessário que as relações sejam união compatíveis.
- Exemplo: identificar quais os professores que leccionam em ambas as escolas poderíamos fazê-lo através da seguinte expressão: Professores ∩ Docentes-Exteriores.

Professor	Nome	Grau
001	António Castro	1

A Diferença entre Relações (-)

- A operação de Diferença (-) entre duas relações (R – S) permite-nos identificar o conjunto de todos os tuplos que estão na relação R e não na relação S - a relação resultante assume o esquema da primeira relação.
- Para que seja possível realizara a operação de intersecção é necessário que as relações sejam união compatíveis.

A Diferença entre Relações (-)

- Exemplo: Identificar quais os professores que leccionam apenas na 'Escolinha'.
  - Professores - Exteriores.

Professor	Nome	Grau
002	José Silva	1

Um possível exemplo da tabela "Exteriores"

Exteriores

Professor	Nome	Grau	Cidade
002	José Silva	3	Porto
003	Cristina Campos	1	Vila Real

A Operação de Divisão

- A operação de Divisão (/) realizada entre duas relações (R / S) permite-nos criar uma nova relação através da selecção de registos numa dada relação que sejam iguais a todos os registos numa segunda relação.
- Assumindo-se que R, S e T são três relações, a relação R é o resultado da divisão de S por T (S / T), na qual:
  - os atributos de T devem constituir um subconjunto dos atributos de S.
  - os atributos de R são todos aqueles que são atributos de S e que não são de T.
  - se coloca um registo se e só se estiver associado em S com todos os registos em T.

A Operação de Divisão

- A operação de divisão é a inversa do produto cartesiano, o que torna fácil a demonstração de que se uma relação R é o produto de $S \times T$, então poder-se-á obter a relação S dividindo a relação R, resultante do produto, pela relação T:
  - $(S \times T) \; / \; T \; = \; S$
- A operação de divisão também pode ser expressa exclusivamente através dos operadores básicos da Álgebra Relacional da seguinte maneira:
  - $R / S = (\pi_{(a1,\ldots,\, an)}(R)) - (\pi_{(a1,\ldots,\, an)}((S \times (\pi_{(a1,\ldots,\, an)}(R)) - R)$

Divisão – Exemplos

- Se pretendêssemos identificar quais os professores que leccionam as duas disciplinas de 'PRC' e 'ANN' poderíamos fazê-lo através da seguinte expressão:
  - Professores-Disciplinas / Disciplinas-Auxiliares

Professores-Disciplinas

Professor	Disciplina
001	PRC
001	ANN
002	SBD
002	PRC

/

Disciplinas-Auxiliares

Disciplina
PRC
ANN

=

Professor
001

Uma vista da relação "Disciplinas"

Atribuição ($\leftarrow$)

- A operação de Atribuição ($\leftarrow$) permite atribuir o resultado de uma expressão de consulta em Álgebra Relacional a uma nova relação.
- Por exemplo, quando apresentamos a seguinte expressão:
  - $R \leftarrow \pi_{\text{Número, Disciplina}} (\sigma_{(\text{Ano} = 2001)} (\text{Alunos-Disciplinas}))$

    queremos que R seja associado com o resultado da expressão.

R

Número	Disciplina
2000	ANN
1000	SBD
3000	ANN

Nota: o esquema da relação "R" será igual ao da relação resultante da aplicação da expressão.

Mudança de Nome (δ)

- Na definição das designações dos atributos de uma relação deve haver sempre algum cuidado na adopção dessas designações, principalmente quando é necessário relacionar duas ou mais tabelas.
- Por vezes, é necessário fazer algum trabalho de modificação das designações dos atributos para que tal inter-relacionamento seja possível, em particular na área da Álgebra Relacional.
- Algumas vezes, e como resultado da combinação de relações, surgem conflitos ao nível das designações dos atributos das relações.

Mudança de Nome (δ)

- De facto às vezes conveniente atribuir designações às instâncias para que seja possível partir expressões de Álgebra Relacional de grande dimensão em sub expressões de menor dimensão.
- O operador de mudança de nome (δ) – renomear - de atributos foi adoptado para satisfazer requisitos como estes.
- O operador δ é necessário apenas por uma questão de conveniência sintáctica.

Mudança de Nome (δ)

- Por exemplo, quando apresentamos a seguinte expressão:
  - $R \leftarrow \delta_{\text{Professor} \leftarrow \text{Código}}$ (Professores)

    queremos que R seja uma (nova) relação igual à relação "Professores", mas se nesta última existir um atributo com a designação "Professor", na relação R esse atributo terá a designação "Código".

R

Código	Nome	Grau	Cidade
001	António Castro	1	Braga
002	José Silva	3	Porto
003	Cristina Campos	1	Vila Real

Mais Alguns Operadores

- Nesta altura, podemos introduzir mais alguns operadores complementares, bastante úteis em algumas aplicações, nomeadamente:
  - Operadores de Ordenação:
    - Ordenação (τ).
  - Operadores de Agrupamento ou de Agregação:
    - Agrupamento (γ).

A Operação de Ordenação (τ)

- A operação de ordenação (τ) permite-nos ordenar os tuplos de uma dada relação segundo um ou mais atributos dessa mesma relação. O resultado de uma operação de ordenação é uma lista ordenada ascendentemente (ASC) (por omissão) ou descendentemente (DESC).
- Por exemplo, se quiséssemos obter uma lista dos professores ordenada pelo seu nome, teríamos que fazer algo como:
  - $R \leftarrow \tau_{\text{Nome ASC}}(\text{Professores})$

R

Professor	Nome	Grau	Cidade
001	António Castro	1	Braga
003	Cristina Campos	1	Vila Real
002	José Silva	3	Porto

A Operação de Ordenação (τ)

- Ordenar os alunos pela sua data de nascimento de forma crescente:
  - $\tau_{\text{DataNascimento ASC}}$ (Alunos)

Número	Nome	Data Nascimento	Distrito	Curs o
3000	Maria	1979/12/01	Aveiro	INF
1000	João	1980/12/01	Braga	INF
2000	Ana	1981/12/01	Porto	MAT

- Apresentar uma lista com todas as notas de todos os alunos ordenada crescentemente por número de aluno e decrescentemente por nota obtida:
  - $\tau_{\text{Número ASC, Nota DESC}}$ (AlunosDisciplinas)

Número	Disciplina	Nota	Ano
1000	PRC	15	2000
1000	SBD	14	2001
2000	ANN	13	2001
3000	ANN	14	2001

A Operação de Ordenação (τ)

- De referir que, a ordenação é uma operação dita final – espera-se que não sejam realizadas outras operações de seguida. Caso isso aconteça a relação daí resultante ficará “desordenada”.

A Operação de Agregação (γ)

- A operação de agregação (γ) permite-nos agregar os tuplos de uma dada relação segundo um ou mais atributos dessa mesma relação, com base num dado critério de agrupamento – sum(), avg(), max(), min(), etc.
- Por exemplo, se quiséssemos obter a média das notas obtidas pelos alunos, teríamos que fazer algo como:
  - $\gamma_{\text{Disciplina, avg(Nota)}}$ (Alunos-Disciplinas)

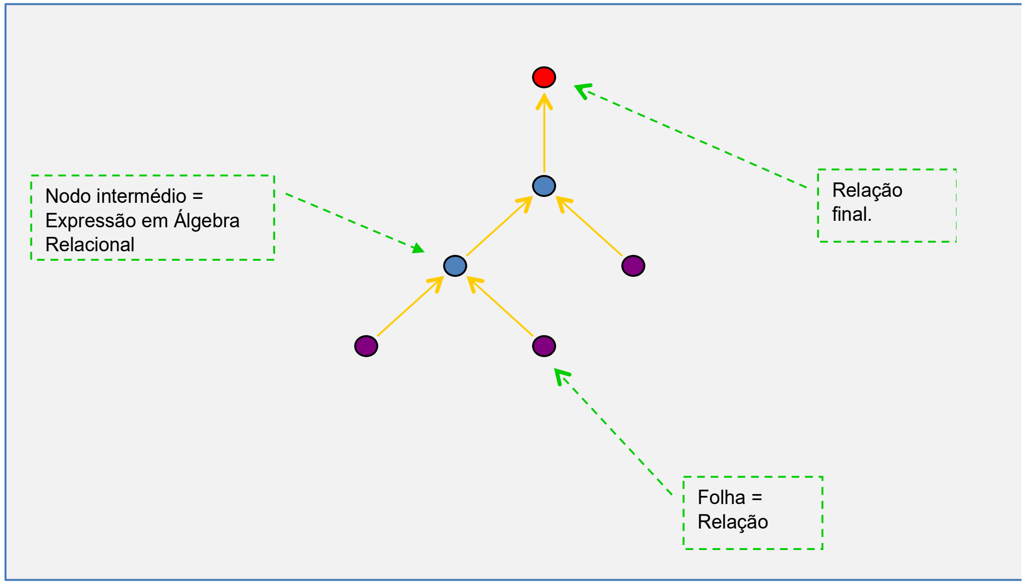
Disciplina	Nota
PRC	15,00
SBD	14,00
ANN	13,50

A Manipulação de Valores Nulos

- A existência de valores nulos no modelo relacional impõe uma lógica trivalente em vez de uma lógica booleana, nas quais se devem ter em conta alguma regras especiais na manipulação de valores, nomeadamente:
  - os nulos ($\perp$) representam valores desconhecidos;
  - numa operação aritmética, os valores nulos atuam como elementos absorventes; qualquer operação aritmética que envolva um valor nulo gerará um resultado nulo.
  - (...)

Árvores de Consulta

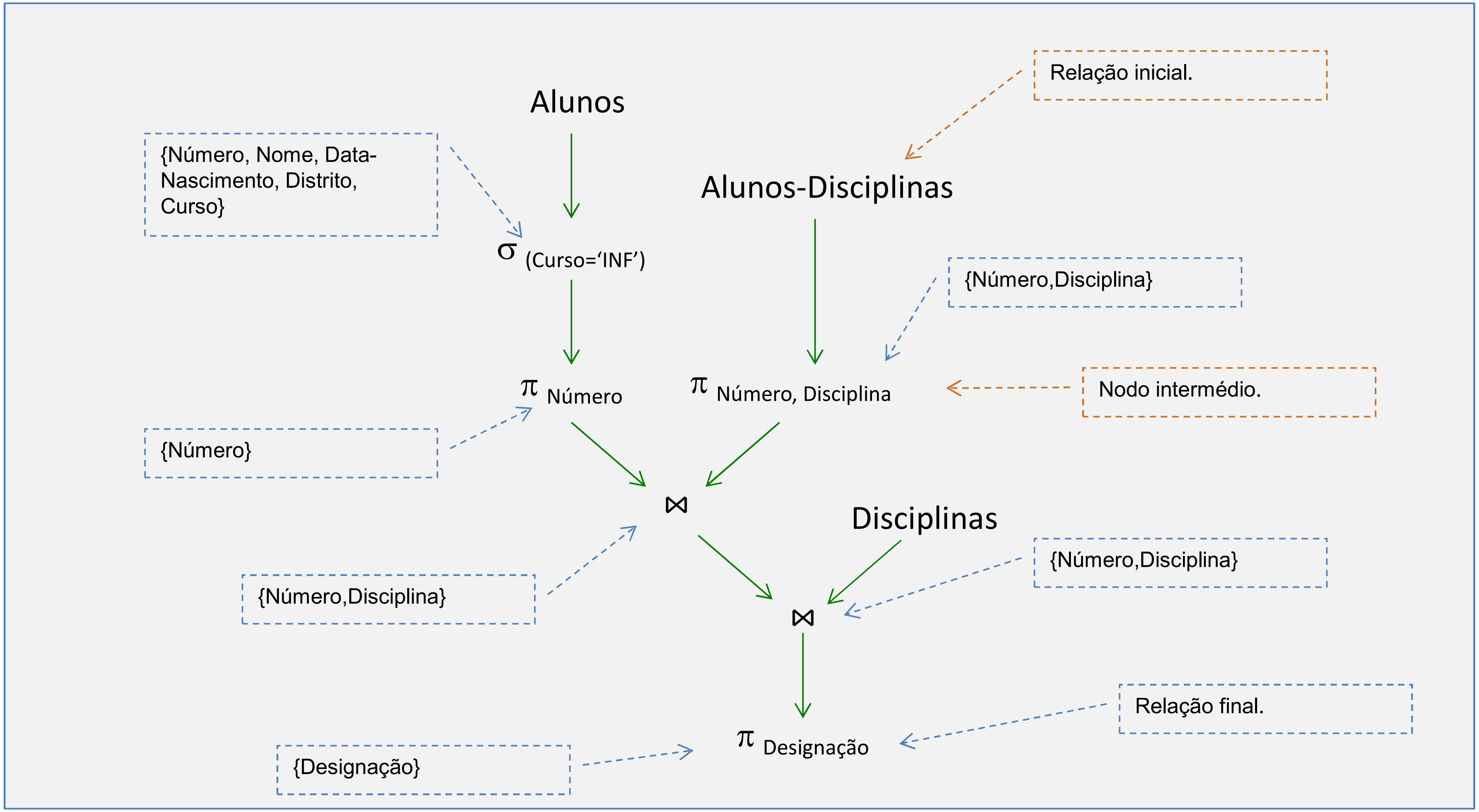
- As árvores de consulta são um instrumento muito útil na resolução e análise das expressões de interrogação, que nos permitem conhecer todas as etapas da resolução de uma expressão em Álgebra Relacional, bem como o momento em que as relações são utilizadas.



Árvores de Demonstração - Exemplos

- Para ilustrarmos a aplicação de uma árvore de demonstração, consideremos que gostaríamos de saber, por exemplo:
  - Quais os nomes das disciplinas que foram leccionadas a alunos do curso com o código 'INF'?
- A correspondente expressão em Álgebra Relacional poderia ser algo do género:
  - $R \leftarrow \pi_{\text{Designação}}(\text{Disciplinas} \bowtie (\pi_{\text{Número}}(\sigma_{(\text{Curso='INF'})}(\text{Alunos}))) \bowtie (\pi_{\text{Número, Disciplina}}(\text{Alunos-Disciplinas})))$
- (NOTA) Por forma a facilitar o desenho das árvores e da escrita das expressões usualmente opto por inverter a árvore, começando a colocar as relações base (as folhas) na parte superior do início da página – ver exemplo a seguir.

Árvores de Demonstração - Exemplos



Resumo dos Operadores

Operador	Função	Exemplo
σ	Seleção	$\sigma_{\text{(Distrito = 'Aveiro')} \wedge \text{(Curso='INF')}}$ (Alunos)
π	Projeção	π_{Curso} (Alunos)
$\times$	Produto Cartesiano	Professores $\times$ Disciplinas
$\bowtie$	Junção Natural	Alunos $\bowtie$ Cursos
$\bowtie_{A\theta B}$	□-Junção	Professores $\bowtie_{\text{Professores.Grau} \geq \text{Projectos.Grau}}$ Projetos
$\bowtie_{A=B}$	Equijunção	Professores $\bowtie_{\text{Professores.Professor = Professores-Disciplinas.Professor}}$ ($\sigma_{\text{(Disciplina = 'PRC')}}$ (Professores-Disciplinas))

Resumo dos Operadores (2)

Operador	Função	Exemplo
⟕	Junção Externa à Esquerda	Professores $\bowtie_E$ Professores-Disciplinas
⟖	Junção Externa à Direita	Professores $\bowtie_D$ Professores-Disciplinas
⟗	Junção Externa Completa	Professores $\bowtie_C$ Professores-Disciplinas
⋉	Semijunção à Esquerda	Cursos ⋉ Alunos
⋊	Semijunção à Direita	Cursos ⋉ Alunos
▷	Antijunção	Alunos ▷ Atletas

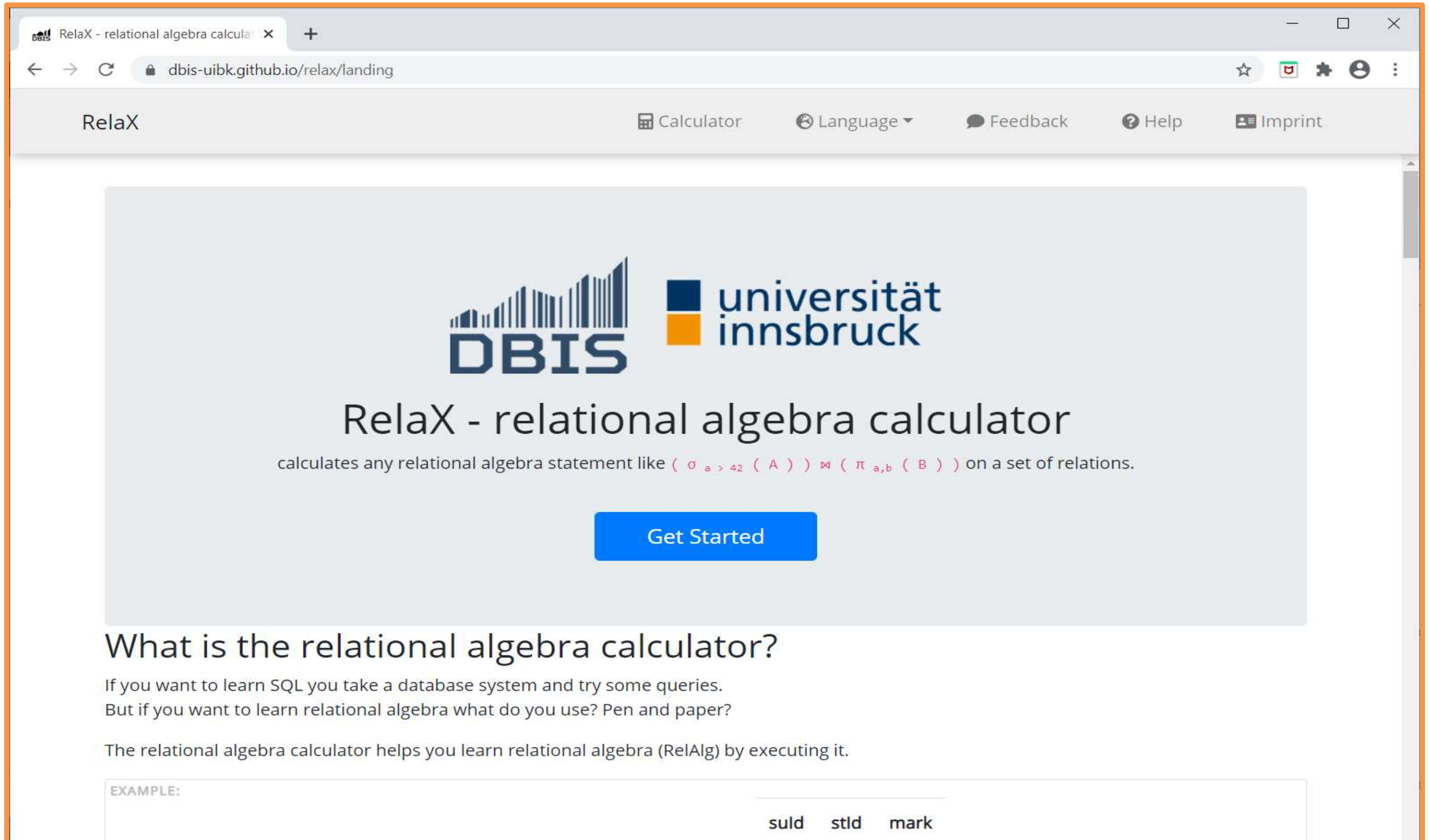
Resumo dos Operadores (3)

Operador	Função	Exemplo
$\cup$	União	Professores $\cup$ Docentes-Exteriores
$\cap$	Interseção	Professores $\cap$ Docentes-Exteriores
$-$	Diferença	Professores – Docentes-Exteriores
/	Quociente	Professores-Disciplinas / Disciplinas-Auxiliares
δ	Mudança de Nome	$R \leftarrow \delta_{\text{Professor} \leftarrow \text{Código}}$ (Professores)
$\leftarrow$	Atribuição	$R \leftarrow \sigma_{(\text{Ano} = 2001)}$ (Alunos-Disciplinas)

Resumo dos Operadores (4)

Operador	Função	Exemplo
τ	Ordenação	$\tau_{\text{Número ASC, Nota DESC}}$ (AlunosDisciplinas)
γ	Agrupamento	$\gamma_{\text{Número, AVG(Nota), MAX(Nota)}}$ (AlunosNotas)

RelaX - Relational Algebra Calculator

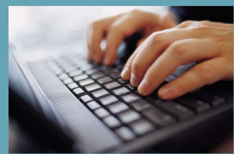


http://dbis-uibk.github.io/relax/

Resolução de Exercícios

- Recursos
  - **RelaX - Relational Algebra Calculator** – http://dbisuibk.github.io/relax/
  - **Ficheiro de Exercícios** – 202021-SBD-AR- ExemplosExpressoes (disponível no BB)

Demo



Referências

- Connolly, T., Begg, C., Database Systems: A Practical Approach to Design, Implementation, and Management, 6th edition, Pearson, January, 2014.
- Garcia-Molina, H., Ullman, J., Widom, J., Database Systems: The Complete Book, 2nd Edition, Pearson, June, 2008.
- Date, C., An Introduction to Database Systems, 8th Edition, Pearson, July, 2003.
- Molková, L., Theory and Practice of Relational Algebra, LAP Lambert Academic Publishing, January, 2012.

Referências Web

- https://pt.wikipedia.org/wiki/Álgebra_relacional
- https://class.stanford.edu/courses/DB/RA/SelfPaced/a9ce7e86f39c4f8aa833215e22c02e20/
- http://www.ccs.neu.edu/home/kathleen/classes/cs3200/4-RAAndRC.pdf
- http://ltworf.github.io/relational/
- http://sur.ly/o/slinfo.una.ac.cr/rat%2Frat.html/AA001290
- https://class.stanford.edu/courses/DB/RA/SelfPaced/courseware/ch-relational_algebra/seq-exercise-ra/
- http://dbis-uibk.github.io/relax/