Universidade do Minho
Dep. de Matemática

LEInf
17/janeiro/2022
[Duração 2h00]

Cálculo para Engenharia – Teste 2

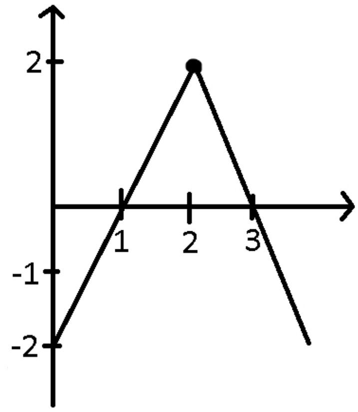
Nome completo:: PROPOSTA DE RESOLUÇÃO	Número::

Grupo I (12 valores): Justifique convenientemente todas as suas respostas.

1. (1.5 valores) Calcule, se existir, $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{tg} x}$.

2. (1.5 valores) Determine o polinómio de Taylor de ordem 3, em torno do ponto $a = 1$, para a função f, definida em $\mathbb{R}^+$ por $f(x) = \ln x$.

3. (**2.5 valores**) Considere a função $f : I = [0,4] :\longrightarrow \mathbb{R}$ e representada graficamente na figura.
Esboce, caso exista, a função F, primitiva de f em I tal que $F(0) = 1$.



4. (**2.5 valores**) Calcule $\displaystyle\int x^3\, e^{x^2}\, dx$.

5. (**4 valores**) Considere a soma $\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{10^k}$, $n \in \mathbb{N}$, onde cada a_k é um número inteiro entre 0 e 9.

(a) Escreva a soma anterior, com $n = 3$, na forma de uma fração decimal.

(b) Exprima a dízima 0.112(112) na forma de uma série.

(c) Estude a natureza da série da alínea anterior e, no caso de ser convergente, calcule a sua soma.

(d) Comente a afirmação "A convergência de séries geométricas de razão 1/10 permite atribuir um significado preciso a dízimas infinitas".

Grupo II (4 valores): Em cada uma das questões seguintes, assinale se a afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F). Não deve apresentar qualquer justificação.
Cada resposta certa vale 1 valor e cada resposta errada desconta 0,5 valores.

V F

1. $\displaystyle\int_0^1 e^{x^2} < \int_0^1 e^x\,dx.$

2. $\displaystyle\int_1^3 \frac{1}{(x-2)^2}\,dx = -2$

3. O comprimento da curva definida por $f(x) = \sqrt{x+2}$, entre os pontos de coordenadas $(1, \sqrt{3})$ e $(2, 2)$, calcula-se através do integral $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{\frac{4x+9}{4x+8}}\,dx.$

4. O termo geral da sucessão das somas parciais da série (de Mengoli) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ é $s_n = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{n+1}.$

Grupo III (4 valores): Em cada uma das questões seguintes, assinale a única afirmação verdadeira. Não deve apresentar qualquer justificação.
Cada resposta certa vale 1 valor e cada resposta errada desconta 0,25 valores.

1. Usando a substituição $x = t^2 + 1$, é possível escrever o integral $\displaystyle\int x\sqrt{x-1}\,dx$, como

$2\displaystyle\int (t^3 + t)\,dt$

$\displaystyle\int (t^2+1)|t|\,dt$

$2\displaystyle\int (t^4 + t^2)\,dt$

Nenhuma dos anteriores.

2. Na estimativa de $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x}\,dx \approx \frac{5}{6}$, considerou-se a partição $\mathcal{P} = \left\{1, \frac{3}{2}, 2\right\}$ e usou-se uma soma de Riemann,

inferior

superior

média

Nenhuma das anteriores.

3. Sabendo que $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = 6$, $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx = 4$, $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,dx = 1$, ter-se-á

$\displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx = 5$

$\displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx = 9$

$\displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx = 7$

Nenhuma das anteriores.

4. Usando integrais definidos, a área da região delimitada pelo gráfico da função $g(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in [0,1] \\ -3, & \text{se } x \in]1,2] \end{cases}$ e pelo eixo das abcissas, expressa-se da seguinte forma

$-\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx - \int_1^2 g(x)\,dx$

$\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx - \int_1^2 g(x)\,dx$

$\displaystyle\int_0^1 g(x)\,dx + \int_1^2 g(x)\,dx$

Nenhuma das anteriores.