Universidade do Minho
Dep. de Matemática

LEInf
6/janeiro/2023
[Duração: $1^H 45^M$]

## **Cálculo para Engenharia** – Teste 2A

| Nome completo:: | Número:: |
| --- | --- |

**Grupo I (12 valores): Justifique convenientemente todas as suas respostas.**

**1. (4 valores)** Calcule

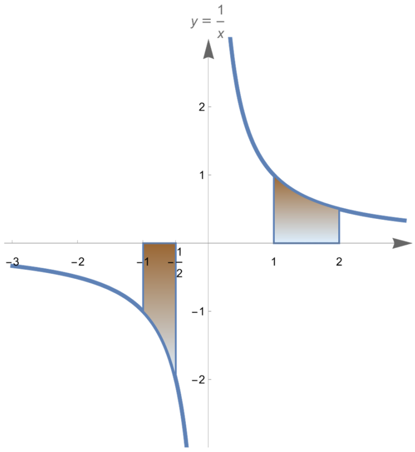
**(a)** $\displaystyle\int y^2 e^{y^3}\, dy.$

**(b)** $\displaystyle\int \text{arcsen}\, x\, dx.$

**(c)** $\displaystyle\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\, dx$, usando $x = 3\ \text{sen}\, t$.

**2. (1 valor)** Defina $F$, uma função real de variável real, sabendo que $x^5F'(x) + x^3 + 2x = 3$.

**3. (3 valores)** Considere a figura




**(a)** Exprima, em termos de integrais adequados, a área da região sombreada na figura.

**(b)** Considere a região sombreada representada à esquerda do eixo das ordenadas. Calcule a sua área.

**4. (**1 **valor)** Exprima o comprimento da curva definida por $f(x) = \ln(1 - x^2)$, para $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$.

**Nota**:: Não calcule o integral.

**5. (**3 **valores)** Considere a série $\sum_{n \geq 0} \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x-2)^n$.

**(a)** Determine $s_6$, isto é, o termo de ordem 6 da sucessão das somas parciais.

**(b)** Para que valores de $x$ converge a série?

**(c)** Qual é a soma, $\mathcal{S}$, da série?

**(d)** Identifique o polinómio obtido na alínea (a), em termos de um polinómio de Taylor para a função $\mathcal{S}$, no intervalo onde a série converge.

**Grupo II (4 valores): Em cada uma das questões seguintes, assinale se a afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F). Não deve apresentar qualquer justificação.**
**Cada resposta certa vale 1 valor e cada resposta errada desconta 0,5 valores.**

| | V | F |
|---|---|---|
| **1.** $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1+x^2}\,dx \quad \geq \quad \int_0^1 x\,dx$ | ○ | ○ |
| **2.** Se $f$ é uma função contínua em $\mathbb{R}$ e tal que $\displaystyle\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ converge; então, com $a \in \mathbb{R}^+$, $\displaystyle\int_0^{+\infty} (a+f(x))\,dx$ também converge. | ○ | ○ |
| **3.** $\displaystyle\int f(x)\,dx = x\,f'(x) - \int x\,f(x)\,dx.$ | ○ | ○ |
| **4.** A série $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$ diverge | ○ | ○ |

**Grupo III (4 valores): Em cada uma das questões seguintes, assinale a única afirmação verdadeira. Não deve apresentar qualquer justificação.**
**Cada resposta certa vale 1 valor e cada resposta errada desconta 0,25 valores.**

**1.** Para uma função, real de variável real, crescente num dado intervalo, a soma de Riemann à direita, com um determinado número de subdivisões, é sempre

○ menor do que a soma à esquerda.
○ igual à soma à esquerda.
○ maior do que a soma à esquerda.
○ Nenhuma das anteriores.

**2.** Se $F$ é uma função primitiva de $f$ e $G$ é uma função, real de variável real, tal que $G(x) = F(x) + 2$, então

○ $G$ é uma função primtiva de $f$.
○ $F$ é uma função primtiva de $G$.
○ $G$ é uma função primitiva de $F$.
○ Nenhuma das anteriores.

**3.** Se $f$ é uma função racional própria definida por $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$, então $\displaystyle\int f(x)\,dx = \int \frac{A_1}{x-r_1}dx + \int \frac{A_2}{x-r_2}dx$ –com $A_1$, $A_2$, e $r_1 \neq r_2$ números reais– quando $q(x)$ for

○ for um polinómio quadrático irredutível.
○ um produto de dois factores lineares repetidos.
○ um produto de dois factores lineares distintos.
○ Nenhuma das anteriores.

**4.** A série $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n\, 2^n$

○ é absolutamente convergente.
○ é divergente.
○ é simplesmente convergente.
○ Nenhuma das anteriores.