→ Estatística Aplicada - Ficha 4

1-

a) $P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \times (1-p)^{n-k}$ => Distribuição binomial (um nº fixo de tentativas e dois possíveis outcomes ser B ou ñ ser B)

n - nº de tentativas

k = nº de [illegible]

Dúvidas: 23,24

[illegible] sucesso

$) \times (0,1)^3 \times (1-0,1)^{20-3}$

1901

Fazer depois:

12 ou

15 de

17/18 dN

20

$P(x=5) = \binom{20}{5} \times (0,1)^5 \times (1-0,1)^{20-5}$

$= 0,0319$

$P(x=4) = \binom{20}{4} \times (0,1)^4 \times (1-0,1)^{20-4}$

$= 0,0898$

$P(x=3) = 0,1901$

$P(x=2) = \binom{20}{2} \times (0,1)^2 \times (1-0,1)^{20-2}$

$= 0,2852$

$P(x=1) = \binom{20}{1} \times (0,1)^1 \times (1-0,1)^{20-1} = 0,2702$

$P(x=0) = \binom{20}{0} \times (0,1)^0 \times (1-0,1)^{20} = 0,1216$

$P(x \geqslant 5) = 1 - (0,0319 + 0,0898 + 0,1901 + 0,2852 + 0,2702 + 0,1216)$

$\approx 0,0112$

c) $P(x<2) = P(x=0) + P(x=1)$

$= 0,2702 + 0,1216 \approx 0,3917$

2-

- 16 questões
- $P(\text{correto}) = \frac{1}{5} = 0{,}20$

$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

- $n = 16$
- k = nº de respostas corretas
- $p = 1/5$

- Distribuição binomial:
  - algo fixo
  - algo que pode ter dois resultados

a) $P(X=3) = \binom{16}{3} \times (0{,}20)^3 \times (1-0{,}20)^{16-3}$
$= 0{,}2463$

b) $P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - (0{,}14074) = 0{,}85926$

$P(X<2) = P(X=0) + P(X=1) = 0{,}14074$
$P(X=0) = \binom{16}{0} \times (0{,}2)^0 \times (1-0{,}2)^{16} = 0{,}02815$
$P(X=1) = \binom{16}{1} \times (0{,}2)^1 \times (1-0{,}2)^{15} = 0{,}11259$

c) Distribuição binomial média $= n \times p = 16 \times 0{,}2 = 3{,}2$

3-

- uma determinada máquina
- $P(\text{defeito}) = 0{,}01$

$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

- n peças
- k = peças defeituosas
- $p = 0{,}01 \Rightarrow$ prob de ser defeituosa

- "Cheguem 3 ou mais" $\Rightarrow P(X \geq 3)$
$P(X\geq 3) = 1 - P(X<3) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2))$
- "Chega pelo menos 1" $\Rightarrow P(X \geq 1)$
$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

a) $P(X=1)$ $n=2$
$P(X=1) = \binom{2}{1} \times (0{,}01)^1 \times (1-0{,}01)^{2-1} = 0{,}0198$

b) $P(X=0)$ $n=5$
$P(X=0) = \binom{5}{0} \times (0{,}01)^0 \times (1-0{,}01)^{5-0} = 0{,}95099 \approx 0{,}9510$

3-

c) $\mu = E[X] = n \cdot p = 200 \times 0{,}01 = 2$

d) $\sigma^2 = n \times p(1-p) \Leftrightarrow \sigma = \sqrt{n \times p(1-p)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sigma = \sqrt{200 \times 0{,}1 \times (1-0{,}01)} \Leftrightarrow \sigma = \sqrt{1{,}98} \approx 1{,}41$

4-

- sistema de deteção de mísseis
- P(detetar) = 90% = 0,9
- P(ñ detetar) = 10% = 0,1

a) P(detetar) = 0,9

b) • 2 sistemas independentes

- probabilidade de pelo menos um detetar o ataque = 1 - P(ñ detetar)

$P(\overline{D}_{S_1} \cap \overline{D}_{S_2}) = P(\overline{D}_{S_1}) \times P(\overline{D}_{S_2}) = 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$

P(pelo menos 1 detetar) = 1 - 0,01 = 0,99

c) 3 sistemas

$P(\overline{D}_{S_1} \cap \overline{D}_{S_2} \cap \overline{D}_{S_3}) = 0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}001$

P(pelo menos 1 detetar) = 1 - 0,001 = 0,999

5-

$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

- $n = 20$ $\qquad X \sim Bin(20\,;\,0{,}7)$
- k = doentes curados
- $p = 0{,}7$

a) $P(X \leq 15) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + \dots P(X=15)$

↳ tabela 3 $= 0{,}7625$

b) $P(X \geq 12) = P(X=12) + P(X=13) + P(X=14) + \dots P(X=20)$

$1 - P(X \leq 11) = 0,8867$

$\hookrightarrow 1 - 0,1133$

c) $P(12 \leq X \leq 15) = P(X=12) + P(X=13) + P(X=14) + P(X=15)$

$= 0,6492$

$P(X \leq 15) - P(X \leq 12)$

$= 0,7625 - 0,1133$

$= 0,6492$

6- $P(X=K) = \frac{\lambda^K e^{-\lambda}}{K!}$

- λ é a taxa media de eventos em um intervalo de tempo
- K é o nº de eventos que queremos calcular

- Distribuição de Poisson
  - → nº de eventos que ocorrem em um intervalo de tempo fixo quando esses eventos são independentes e ocorrem a uma taxa constante.

a)

30 — 15

5 — λ $\Rightarrow \lambda = \frac{15 \times 5}{30} = 2,5$

$P(X=0) = \frac{2,5^0 \; e^{-2,5}}{0!} = e^{-2,5} = 0,0821$

b)

30 — 15

10 — λ $\Rightarrow \lambda = 5$

$P(X=8) = \frac{5^8 \times e^{-5}}{8!} = 0,0653$

c) $P(X>5) = 1 - P(X \leq 5) =$

$= 1 - 0,6160 = 0,384$

0,384

c) $P(X>5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - (0,0067 + 0,0337 + 0,0842 + 0,1404 + 0,1755 + 0,1755)$

$= 0,5244$

30 — 15

10 — λ $\Rightarrow \lambda = 5$

?

$P(X=0) = \frac{5^0 \; e^{-5}}{0!} = 0,0067$

$P(X=1) = \frac{5^1 \; e^{-5}}{1!} = 0,0337$

$P(X=2) = \frac{5^2 \; e^{-5}}{2!} = 0,0842$

$P(X=3) = \frac{5^3 \; e^{-5}}{3!} = 0,1404$

$P(X=4) = \frac{5^4 \; e^{-5}}{4!} = 0,1755$

$P(X=5) = \frac{5^5 \times e^{-5}}{5!} = 0,1755$

b) $P(X \geq 12) = P(X=12) + P(X=13) + P(X=14) + \dots P(X=20)$

7- $P(X=K) = \frac{\lambda^K \cdot e^{-\lambda}}{K!}$

• 10 passageiros por minuto

a) $P(X=0)$ $\lambda = 10$

$P(X=0) = \frac{10^0 \times e^{-10}}{0!} = 0,00004 \approx 0$

b) $P(X \geq 3)$ $\lambda = 10$

? $P(X \geq 3) = 1 - P(X<3) = 1-(0+0,0005+0,0023) = 0,997$

$P(X=0) = 0$

$P(X=1) = \frac{10^1 \times e^{-10}}{1!} = 0,0005$ 10

$P(X=2) = \frac{10^2 \times e^{-10}}{2!} = 0,0023$

c)

60 — 10

15 — λ $\Leftrightarrow \lambda = \frac{150}{60} = 2,5$

$P(X=0)$ $\lambda = 2,5$

$P(X=0) = \frac{2,5^0 \times e^{-2,5}}{0!} = 0,0821$

d) $P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0) = 1 - 0,0821 = 0,9179$

8-

• Distribuição de Poisson $P(X=K) = \frac{\lambda^K \cdot e^{-\lambda}}{K!}$

• X - v.a nº de teares que avaria

• $\mu = \lambda = 3$

$P(X=4) = 0,1680$

$P(X=5) = 0,1008$

$P(X=6) = 0,0504$

a) $P(X \geq 7) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - 0,9665 = 0,034$

• $P(X=0) = 0,0498$; $P(X=1) = 0,1494$; $P(X=2) = 0,2240$; $P(X=3) = 0,2240$

b)

- Capacidade máxima da oficina tal que a p de ñ haver clientes à espera de reparação é 90%

? perceber

$P(X=K) \geq 0,90 \Rightarrow K=5$

$\lambda=5$ ↳ tabela 3

9-

$P(X=K) = \binom{n}{K} p^K (1-p)^{n-K}$

- X nº de contos com erro
- $n=150$
- $p=0,01$ (prob de ter erros

- algo fixo
- duas possibilidades (tem erro ou não)

a) $P(X=0) = \binom{150}{0} (0,01)^0 (1-0,01)^{150} = 0,2231$

10-

- 120 calculadoras
- 3% vai falhar nos primeiros 30 dias

a) $120 \times 0{,}03 = 3{,}6$

0,8781

b) $P(x=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

?

$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) = 1 - (0{,}0259 + 0{,}0960) = 0{,}8781$

$P(x=0) = 0{,}0259$

$P(x=1) = 0{,}0960$

0,2148

?

c) $P(x=3) = \binom{120}{3} (0{,}03)^3 (1-0{,}03)^{120-3} = 0{,}2148$

11-

- Distribuição uniforme entre $-0{,}015$ e $0{,}015$

$f(x) = \frac{1}{b-a}$ para $a \leq x \leq b$

a) $P(-0{,}002 \leq x \leq 0{,}003) = \frac{0{,}003 - (-0{,}002)}{0{,}015 - (-0{,}015)} = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$

b) se exceder 0,005 em valor absoluto

$-0{,}005 \leq x \leq 0{,}005$

$P(-0{,}005 \leq x \leq 0{,}005) = \frac{0{,}005 - (-0{,}005)}{0{,}03} = \frac{1}{3}$

- prob de exceder

$P(x \geq |0{,}005|) = 1 - P(-0{,}005 \leq 0{,}005) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 0{,}667$

13-

• f d p ε $f(x) = \begin{cases} 0,1\, e^{-0,1x} & \text{para } x > 0 \\ 0 & \text{para } x \leq 0 \end{cases}$

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $\lambda = 0,1$

a) $P(X<4) = 1 - e^{-0,1 \times 4} = 0,3297$

b) $P(5<X<10) = P(10) - P(5) = 1 - e^{-0,1\times 10} - (1 - e^{-0,1 \times 5}) = 0,2387$

14-

• $\theta = 40 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{40} = 0,025$

• $F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\frac{1}{40}x}$

a) $P(X \geq 20) = 1 - (1 - e^{-\frac{1}{40} \times 20}) \approx 0,6065$

b) $P(X \leq 30) = 1 - e^{-\frac{1}{40} 30} \approx 0,5276$

16-

$\mu = 2$ horas

$\sigma = 12$ minutos $= 0,2$ horas

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

a)

19-

- $\mu = 500$
- $\sigma = 100$

$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

a) > 650

$$z = \frac{650 - 500}{100} = 1,5$$

$$P(x > 1,5) = 1 - \underbrace{P(x < 1,5)}_{\text{tabela}} = 1 - 0,9332 = 0,0668$$

b) < 250

$$z = \frac{250 - 500}{100} = -2,5$$

$$P(x < -2,5) = 0,0062$$

c) $325 < x < 675$

$$z_1 = \frac{325 - 500}{100} = -1,75$$

$$z_2 = \frac{675 - 500}{100} = 1,75$$

$$P(-1,75 < x < 1,75) = P(1,75) - P(-1,75)$$
$$= 0,9599 - 0,0401$$
$$= 0,9198$$

21-

- $\mu = 36 \text{ cm}$
- $\sigma = 1,5$

$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

a)

- $32 - 34$

$$z_{32} = \frac{32 - 36}{1,5} \approx -2,67$$

$$z_{34} = \frac{34 - 36}{1,5} \approx -1,33$$

$$P(-2,67 < x < -1,33) = P(-1,33) - P(-2,67)$$
$$= 0,918 - 0,0038 = 0,02$$

- $34 - 36$

$z_{34} = -1,33$

$z_{36} = \dfrac{36-36}{1,5} = 0$

$P(-1,33 < z < 0) = 0,5 - 0,0918$
$= 0,4082$

- $36 - 38$

$z_{36} = 0$

$z_{38} = \dfrac{38-36}{1,5} = 1,33$

$P(0 < z < 1,33) = 0,9082 - 0,5$
$= 0,4082$

- $38 - 40$

$z_{38} = 1,33$

$z_{40} = \dfrac{40-36}{1,5} = 2,67$

$P(1,33 < z < 2,67) = 0,9962 - 0,9082$
$= 0,088$

- $40 - 42$

$z_{40} = 2,67$

$z_{42} = \dfrac{42-36}{1,5} = 4$

$P(2,67 < x < 4) = 0,9082 -$

b) • 3000 peles

- P ser inferior a 32 cm
- P ser maior que 42 cm

$z_{32} = -2,67$

$z_{42} = 4$

$P(x < -2,67) + P(x > 4) = 0,0038 +$

22-

- 800 telemóveis
- 1% defeituosos

$P(X=K) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

$n = 800$ $\quad p = 0{,}01$ $\quad q = 1-p = 0{,}99$ (prob. de telemóvel não defeituoso)

- Para $X \sim Bin(800; 0{,}01)$ podemos usar a aproximação à distribuição normal quando n é grande e p é pequeno
- $\mu = np = 800 \times 0{,}1 = 8$ $\qquad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{800 \times 0{,}01 \times 0{,}99} \approx 2.82$
- Queremos $X \geq 16 \approx P(X \geq 14{,}5)$

$Z = \frac{14{,}5 - 8}{2{,}82} \approx 2{,}30$ Assim, $P(Z \geq 2{,}30) = 1 - P(Z < 2{,}30) = 1 - 0{,}9895 =$

$= 0{,}0105$

23-

$P(X=K) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

- $n = 50$
- $p = 0{,}30$

a) $P(X=10) = \binom{50}{10} (0{,}30)^{10} (1-0{,}3)^{40} = 0{,}0386$

b) $P(X \geq 20) = P(X=20) + \dots P(X=50) = 0{,}0223$

c) $P(10 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X < 10)$

24- a) $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

- $n = 1000$
- $p = 0,3$
- $q = 1 - p = 0,7$

- Aproximação à distribuição normal:
  - $\mu = np = 1000 \times 0,30 = 300$
  - $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{1000 \times 0,30 \times 0,70} \approx 14,49$

a) $P(X < 280) \approx P(X < 279,5)$

?

$Z = \frac{279,5 - 300}{14,49} \approx -1,41$

$P(X < -1,41) = 0,793$

b)