1-

i) Informação própria: $I_i = \log_2 \frac{1}{P_i}$: quantidade de informação contida numa mensagem emitida por uma fonte capaz de emitir apenas duas mensagens distintas e equiprováveis

duvidas: 6, 7 (justific)
8b), 9)

mal: 9a)

→ FCD

- [ ] Ficha 2
- [ ] Ficha 3
- [ ] Digitalização
- [ ] Multiplexagem

iii)

2- 52 cartas 13 por naipe

a)

$I_{Espada} = \log_2 \frac{1}{P_E} = \log_2 1/\frac{13}{52} = \log_2 4 = 2$ bits

↳ prob de ser de espada

b) $I_{Ás} = \log_2 \frac{1}{\frac{4}{52}} = \log_2 13 = 3,70$ bits

c) $I_{Ás\ espadas} = \log_2 \frac{1}{\frac{1}{52}} = \log_2 52 = 5,7$

3- $R = rs\ H(x)$ bits/seg $P_p = \frac{2}{3}$ $P_i = \frac{1}{3}$

$rs = 3,75$ símbolos/seg

$H(X) = P_i I_i + P_p I_p = \frac{1}{3} \times \log_2 \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{2}{3} \log_2 \frac{1}{\frac{2}{3}} = 0,92$ bits/símbolo

$R = 3,75 \times 0,92 = 3,45$ bits/segundo

4-

- emite m mensagens $\{x_1, \dots, x_m\}$ probabilidade $\{p_1, \dots, p_m\}$
- $p_1 = p_2 = \dots = p_m = \frac{1}{m} \Rightarrow$ equiprováveis

$$H(X) = \sum_{i=1}^{m} P_i I_i = \sum_{i=1}^{m} P_i \log_2 \frac{1}{P_i} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \log_2 \frac{1}{1/m} = \frac{1}{\cancel{m}} \times \cancel{m} \times \log_2 \frac{1}{1/m} =$$

$= \log_2 m$ bits/símbolo $= H_{max}$

5-

$S = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$

$P(A) = 1/2$

$P(B) = P(C) = P(D) = 1/12$

$P(E) = P(F) = P(G) = P(H) = 1/16$

a) $H(X) = \sum_{i=1}^{n} P_i I_i = 1 \times \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{\frac{1}{2}} + 3 \times \frac{1}{12} \times \log_2 \frac{1}{\frac{1}{12}} + 4 \times \frac{1}{16} \times \log_2 \frac{1}{1/16} =$

$= 2,4$ bits/símbolo

b) $R_b = r_s H = 2,4$ bits/símbolo

$n_b = \log_2 8 = 3$ bits/s

$P_{\text{comprimento fixo mínimo}} = \frac{2,4}{3} = 0,8 = 80\%$

d) Como o rendimento não é máximo existe sempre uma possibilidade de melhoria. Um método que é quase certo melhorar é a codificação por blocos.

c)

S_i	P_i						N_i
A	1/2	0	x			0	1
B	1/12	1	0	1	x	101	3
C	1/12	1	0	0	0 x	1000	4
D	1/12	1	0	0	1 x	1001	4
E	1/16	1	1	0	0 x	1100	4
F	1/16	1	1	0	1 x	1101	4
G	1/16	1	1	1	0 x	1110	4
H	1/16	1	1	1	1 x	1111	4

$\bar{N} = 1 \times 1 \times 1/2 + 1 \times 3 \times 1/12 +$
$+ 2 \times 4 \times 1/12 + 4 \times 4 \times 1/16$
$= 2,42$ bits/símbolo

$P = \frac{H}{\bar{N}} = \frac{2,4}{2,42} = 99\%$

$C = \frac{3 - 2,42}{3} \times 100 = 19,3\%$

6- A1- F $0 \leq H_x \leq \log_2$ nº de símbolos

B2- V

C3- F $\underbrace{4\overline{N}}$, 7 símbolos

D4- F

7-

- símbolos independentes
- 4800 símbolos por 30 segundos => 160 símbolos por segundo
- $R = r_s \times H(X) = 240$ => $160 \times H(X) = 240$ => $H(X) = 1,5$ bits/símbolo

A1- V, se forem equiprováveis a entropia seria máxima $1,5 < \log_2 16$

B2- V, $\rho = \frac{4-1,5}{4} \times 100 = 62,5 \approx 63\% > 60\%$

C3- V, o código de comprimento fixo mínimo é 4, se eu juntar 3 blocos, $3 \times 4 = 12$

D4- V, $K=4$

$\underbrace{H(X)}_{1,5} \leq \overline{N} \leq \underbrace{H(X)}_{1,5} + \underbrace{\frac{1}{K}}_{\frac{1}{4}} \xrightarrow{K=4} 1,5 \times 4 \leq \overline{N}_K = 4 \leq 1,75 \times 4$

$\Rightarrow 6 \leq \overline{N}_{K=4} \leq 7$

8-

$S = \{A, B, C, D\}$

$P(A) = P(B) = 0,4$

$P(C) = P(D) = 0,1$

$H(x) = 2 \times 0,4 \times \log_2 \frac{1}{0,4} + 2 \times 0,1 * \log_2 \frac{1}{0,1} = 1,72$ bits/símbolo

b) $\rho \geq 97\%$

S_i	P_i		N_i
A	0,4	0 ✓	1
B	0,4	1 0 ✓	2
C	0,1	1 1 0 ✓	3
D	0,1	1 1 1 ✓	3

$\bar{N} = \sum_{i=1}^{m} P_i N_i$

$\bar{N} = 0,4 \times (1+2) + 0,1 \times (3+3) = 1,8$

$\rho = \frac{1,72}{1,8} \times 100 = 96\% < 97\%$ logo temos de passar à codificação por blocos

S_i	$P_i P_j$	Ordenado	$P_i P_j$		N_i
AA	0,16	AA	0,16	0 0 ✓	2
AB	0,16	AB	0,16	0 1 0 ✓	3
AC	0,04	BA	0,16	0 1 1 ✓	3
AD	0,04	BB	0,16	1 0 0 ✓	3
BA	0,16	AC	0,04	1 0 1 0 ✓	4
BB	0,16	AD	0,04	1 0 1 1 ✓	4
BC	0,04	BC	0,04	1 1 0 0 ✓	4
BD	0,04	BD	0,04	1 1 0 1 0 ✓	5
CA	0,04	CA	0,04	1 1 0 1 1 ✓	5
CB	0,04	CB	0,04	1 1 1 0 0 ✓	5
CC	0,01	DA	0,04	1 1 1 0 1 ✓	5
CD	0,01	DB	0,04	1 1 1 1 0 ✓	5
DA	0,04	CC	0,01	1 1 1 1 1 0 0 ✓	7
DB	0,04	CD	0,01	1 1 1 1 1 0 1 ✓	7
DC	0,01	DC	0,01	1 1 1 1 1 1 0 ✓	7
DD	0,01	DD	0,01	1 1 1 1 1 1 1 ✓	7

$\bar{N} = 0,16 \times (2+3+3+3) + 0,04 \times (4+4+4+5+5+5+5+5) + 0,01 \times (7+7 [illegible] +7+7)$

$= 3,52$

$\rho_{k=2} = \frac{1,72}{3,52/2} \times 100 = 97,7\% \approx 98\% > 97\%$

9-

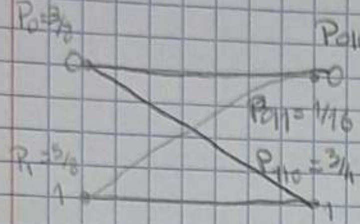
$S = \{0,1\}$

$P_0 = 3/8 \quad P_1 = 5/8$

$P_{0|1} = 1/16 \quad P_{1|0} = 3/4$

$P_{i|j} \rightarrow$ probabilidade de aparecer i depois de j

$P_{0|0} = 1 - P_{1|0} = 1/4$



$P_{1|1} = 1 - P_{0|1} = 1 - 1/16 = 15/16$

$$H_s = \sum_{i=0}^{1} P_i I_j = 0,95 \text{ bit/símbolo}$$

↳ informação própria

$$H_{real} = \sum_{i=0}^{1} P_i \, I_e(S_i) =$$

↳ informação condicional

$$= P_0 I_e(0) + P_1 I_e(1)$$

$$= P_0 \sum_{i=0}^{1} P_{i|0} \log_2 \frac{1}{P_{i|0}} + P_1 \sum_{i=0}^{1} P_{i|1} \log_2 \frac{1}{P_{i|1}}$$

$$= P_0 \left(P_{1|0} \log_2 \frac{1}{P_{1|0}} + P_{0|0} \log_2 \frac{1}{P_{0|0}}\right) + P_1 \left(P_{1|1} \log_2 \frac{1}{P_{1|1}} + P_{0|1} \times \log_2 \frac{1}{P_{0|1}}\right)$$

$$= 3/8 \left(3/4 \times \log_2 \frac{1}{\frac{3}{4}} + \frac{1}{4} \times \log_2 \frac{1}{\frac{1}{4}}\right) + 5/8 \left(\frac{15}{16} \times \log_2 \frac{1}{\frac{15}{16}} + \frac{1}{16} \times \log_2 \frac{1}{\frac{1}{16}}\right)$$

$= 0,62$ bits/símbolo

		ordenado		
00	$P_{00} = P_0 \times P_{0\|0} = 0,0938$	11	0,5859	0 ✓
01	$P_{01} = P_1 \times P_{0\|1} = 5/8 \times 1/16 = 0,0391$	10	0,2813	1 0 ✓
10	$P_{10} = P_0 \times P_{1\|0} = 3/8 \times 3/4 = 0,2813$	00	0,0938	1 1 0 ✓
11	$P_{11} = P_1 \times P_{1\|1} = 5/8 \times 1/16 = 0,5859$	01	0,0391	1 1 1 ✓

$$\bar{l}_{K=2} = 0,5859 \times 1 + 0,2813 \times 2 + 3 \times (0,0938 + 0,0391)$$

$$= 1,55 \text{ bits/bloco}$$

$$\rho = \frac{H_R \times K}{1,55} = \frac{0,5222}{1,55} = 67\%$$

10- A afirmação é falsa porque se os símbolos forem equiprováveis o rendimento é máximo