

# Programação Imperativa

LEI, 2023-24

# Aula 1

# Avaliação

- Época normal
  - 80% Teste: 16 Maio
  - 20% Mini-testes
    - Nota mínima 25%
    - Online: 6 Mar, 10 Abr, 24 Abr (4<sup>a</sup>s às 19h00 no BB)
    - Presenciais: 18 Mar - 22 Mar, 29 Abr - 3 Mai (aulas TP)
- Época de recurso
  - 100% Exame: 6 Junho

# Docentes

- Teóricas
  - Alcino Cunha (T2), [alcino@di.uminho.pt](mailto:alcino@di.uminho.pt)
  - José Bernardo Barros (T1), [jbb@di.uminho.pt](mailto:jbb@di.uminho.pt)
- Teórico-práticas
  - Alcino Cunha (TP1, TP2)
  - José Bernardo Barros (TP3)
  - Manuel Barros (TP5, TP7)
  - Nelson Estevão (TP6, TP8)
  - Catarina Machado (TP9)

# Haskell

- Linguagem de programação de uso genérico
- Funcional
- Estaticamente (fortemente) tipada
- Interpretada e compilada
- Alto nível
- Criada em 1990 por um comité

# C

- Linguagem de programação de uso genérico
- Imperativa e procedimental
- Estaticamente (fracamente) tipada
- Compilada
- Baixo nível
- Criada em 1969 por Dennis Ritchie

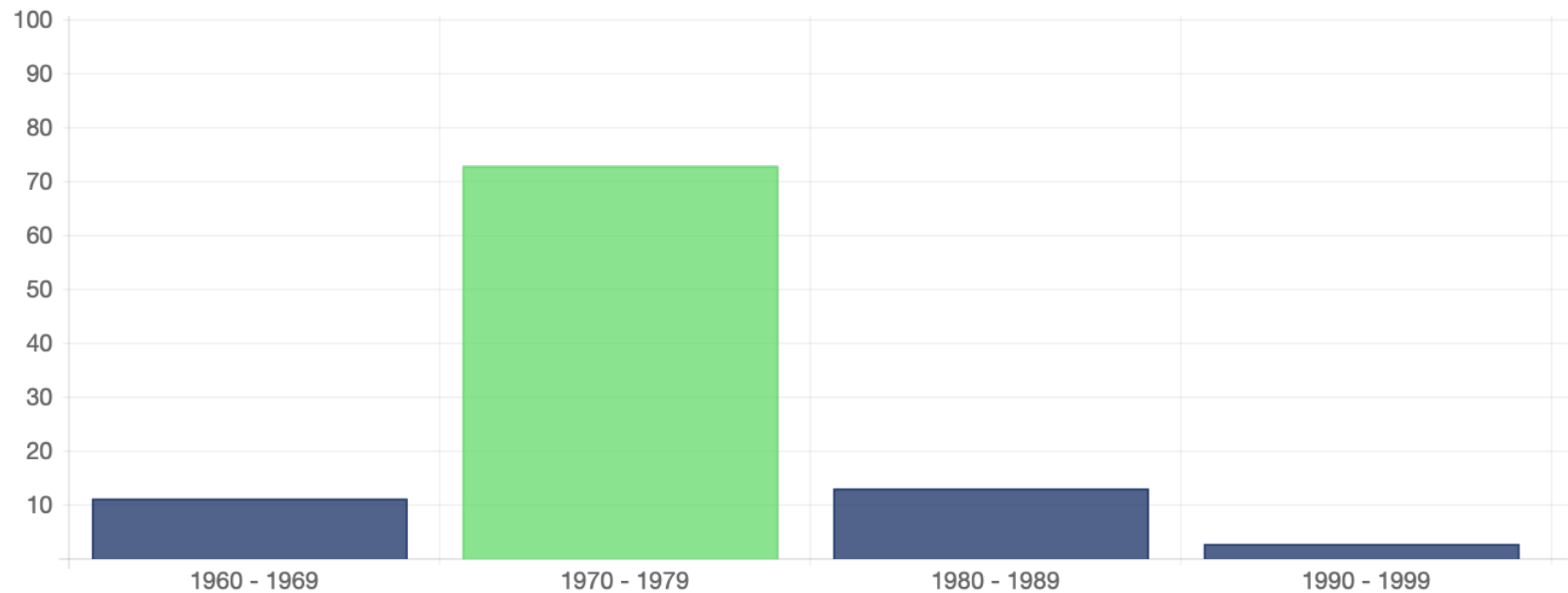


# #0 Em que década foi criada a linguagem C?

- 1960 - 1969
- 1970 - 1979
- 1980 - 1989
- 1990 - 1999

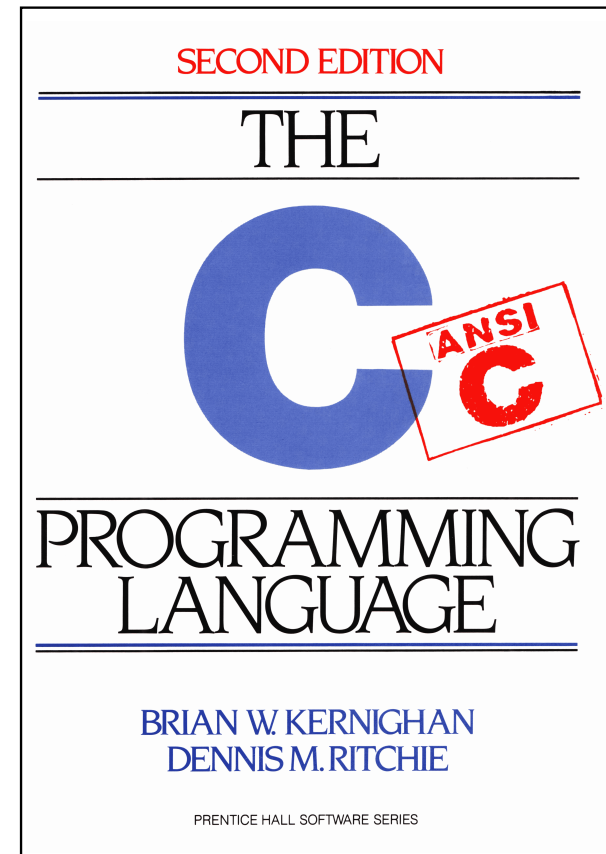


# #0 Em que década foi criada a linguagem C?

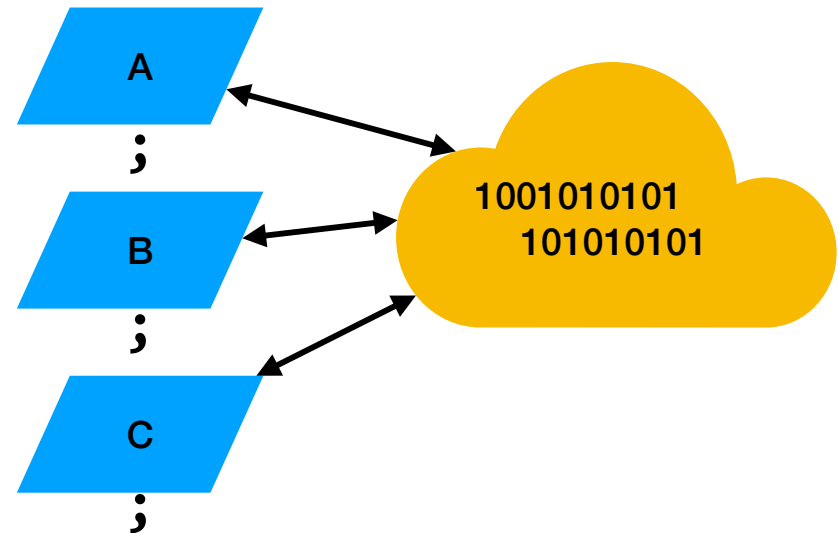
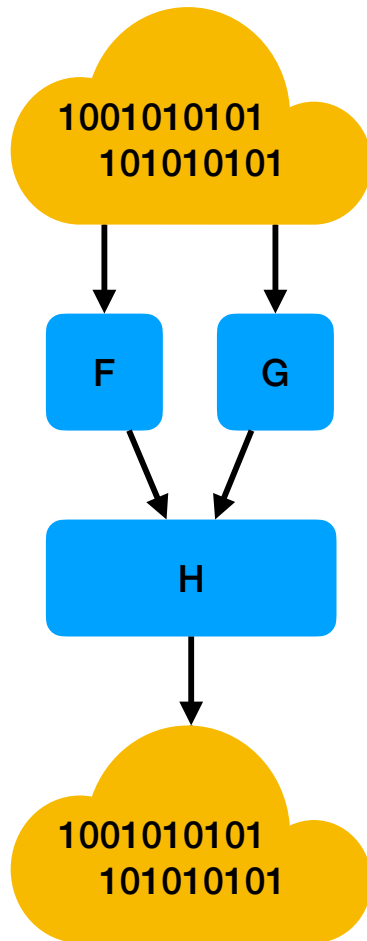


# História e Bibliografia

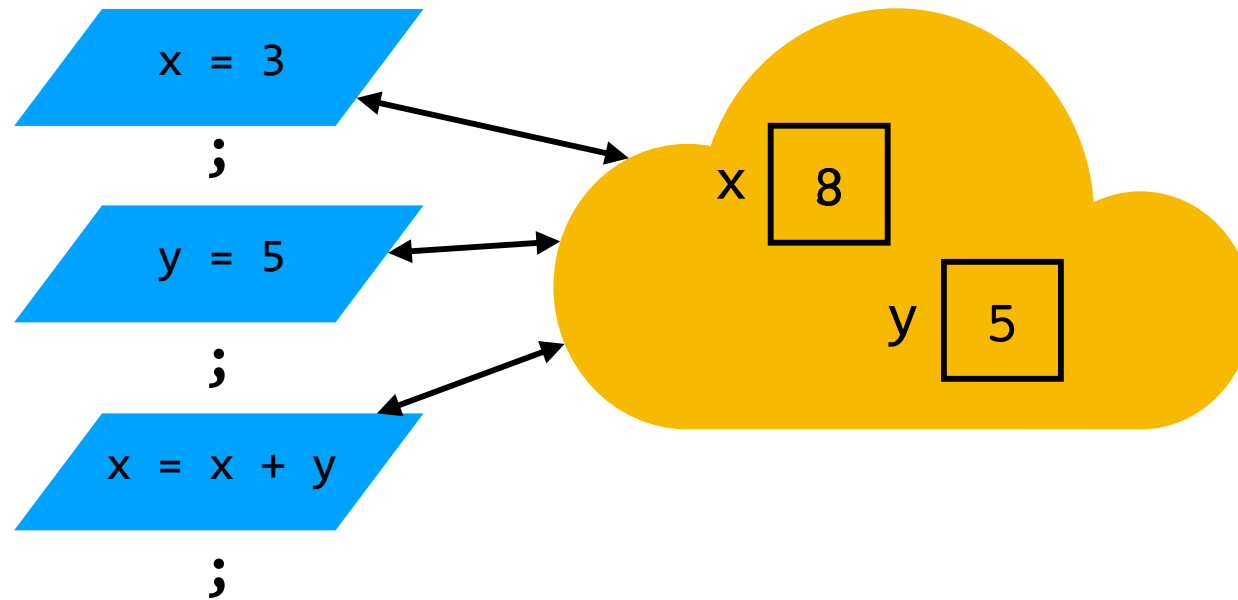
- C (1972)
- K&R C (1978)
- ANSI C (1989)
- C99 (1999)
- C11 (2011)
- ...



# Funcional vs Imperativa



# Variáveis e Atribuição



# Programas

- Um *programa* C é uma sequência de declarações de *variáveis*, *tipos* ou *funções*, definições de funções, e *directivas de pré-processamento*
- Uma variável, tipo ou função só pode ser usada se declarada antes
- O espaçamento e indentação não têm significado
- As declarações são terminadas por ponto e vírgula
- Um programa pode estar dividido em vários ficheiros (*aka* módulos ou bibliotecas)
- A execução de um programa começa na função especial `main`

# Declaração de variáveis

*tipo id;*

*tipo id = expr;*

*tipo id<sub>0</sub>, id<sub>1</sub>, ...;*

*tipo id<sub>0</sub> = expr<sub>0</sub>, id<sub>1</sub> = expr<sub>0</sub>, ...;*

# Tipos numéricos

| Tipo   | Modificadores              | Tamanho          |
|--------|----------------------------|------------------|
| char   | signed, unsigned           | $\geq 1$         |
| short  | signed (default), unsigned | $\geq 2$         |
| int    | signed (default), unsigned | $\geq 2$         |
| long   | signed (default), unsigned | $\geq 4$         |
| float  |                            | precisão simples |
| double |                            | precisão dupla   |

# Aula 2

# Funções

- A *declaração* de uma função inclui os tipos dos parâmetros e o tipo do valor retornado
- Uma função pode não ter parâmetros, nem retornar qualquer valor, usando-se neste caso o tipo especial **void** como tipo de retorno
- A declaração de uma função é normalmente seguida da respectiva *definição*, mas podem estar separadas
- A definição de uma função é uma sequência de declarações (de variáveis ou tipos) e de *comandos* entre chavetas
- Tal como as declarações, os comandos são terminados por ponto e vírgula
- O comando **return** é usado para retornar um valor

# Definição de funções

```
tipo id (tipo1 id1, ..., tipon idn) {  
    // declarações e comandos  
return expr;  
}
```

# Exemplo

```
int dobro(int a) {  
    int r;  
    r = 2*a;  
    return r;  
}
```

```
int main() {  
    int r;  
    r = dobro(3);  
    return 0;  
}
```

# Compilação

```
int dobro(int a) {  
    int r;  
    r = 2*a;  
    return r;  
}  
  
int main() {  
    int r;  
    r = dobro(3);  
    return 0;  
}
```

prog.c

A terminal window titled 'alcino - zsh - 50x10' showing the compilation and execution of a C program. The user 'alcino' is at the 'Nausicaa' machine. The commands and their outputs are: 'gcc prog.c' (no output), './a.out' (no output), 'gcc -o prog prog.c' (no output), and './prog' (no output).

```
alcino@Nausicaa ~ % gcc prog.c  
alcino@Nausicaa ~ % ./a.out  
alcino@Nausicaa ~ % gcc -o prog prog.c  
alcino@Nausicaa ~ % ./prog  
alcino@Nausicaa ~ %
```

# Declaração vs Definição

```
int dobro(int);      // Declaração
```

```
int main() {  
    int r;  
    r = dobro(3);  
    return 0;  
}
```

```
int dobro(int a) {    // Definição  
    int r;  
    r = 2*a;  
    return r;  
}
```

# Directiva #include

```
int dobro(int a) {  
    int r;  
    r = 2*a;  
    return r;  
}
```

dobro.c

```
#include "dobro.c"  
  
int main() {  
    int r;  
    r = dobro(3);  
    return 0;  
}
```

prog.c

# Bibliotecas pré-definidas

| Nome                          | Conteúdo                                                                    |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <code>&lt;stdio.h&gt;</code>  | Input e output                                                              |
| <code>&lt;stdlib.h&gt;</code> | Conversão de tipos, geração de números aleatórios, alocação de memória, ... |
| <code>&lt;math.h&gt;</code>   | Funções matemáticas (exponenciação, raiz quadrada, trigonométricas, ...)    |
| <code>&lt;string.h&gt;</code> | Manipulação de strings                                                      |

# A função printf

```
#include <stdio.h>
```

```
int main() {  
    printf("Olá mundo!\n");  
    printf("O dobro de %s é %d.\n", "dois", 4);  
    return 0;  
}
```

# Códigos de formatação

| Código | Formatação                                  |
|--------|---------------------------------------------|
| %d     | Número inteiro em notação decimal com sinal |
| %x     | Número inteiro em notação hexadecimal       |
| %f     | Número real em notação decimal              |
| %e     | Número real em notação científica           |
| %c     | Caracter                                    |
| %s     | String                                      |
| %%     | Caracter '%'                                |

# Códigos de formatação

| Código             | Formatação                                                                                                                                                          |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>%nd</code>   | Número inteiro em notação decimal com sinal, sendo $n$ o número mínimo de caracteres a imprimir. Se o tamanho do número for menor são impressos espaços à esquerda. |
| <code>%.pf</code>  | Número real em notação decimal, sendo $p$ o número de dígitos à direita da vírgula                                                                                  |
| <code>%n.pf</code> | Idem, sendo $n$ o número mínimo de caracteres a imprimir.                                                                                                           |

# Comandos vs Expressões

- Os *comandos* afectam o estado do programa
  - Uma atribuição é um comando
- As *expressões* denotam um valor
  - Definidas à custa de variáveis, constantes, operadores e funções

# Expressões aritméticas

| Operador | Significado              |
|----------|--------------------------|
| +        | Adição                   |
| -        | Subtração                |
| *        | Multiplicação            |
| /        | Divisão                  |
| %        | Resto da divisão inteira |

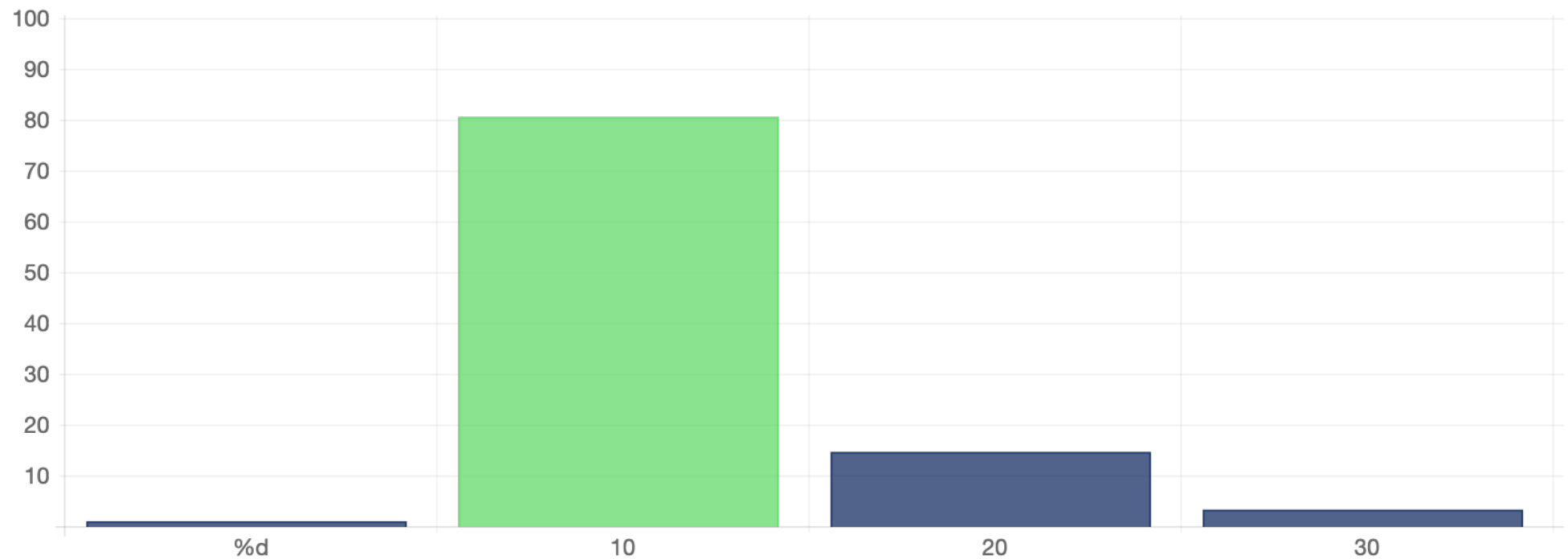
# #1 Que imprime o seguinte programa?

```
#include <stdio.h>

int main() {
    int x = 20, y = 10;
    x = x + y;
    y = x - y;
    x = x - y;
    printf("%d\n", x);
    return 0;
}
```



# #1 Que imprime o seguinte programa?



<https://pythontutor.com/c.html>

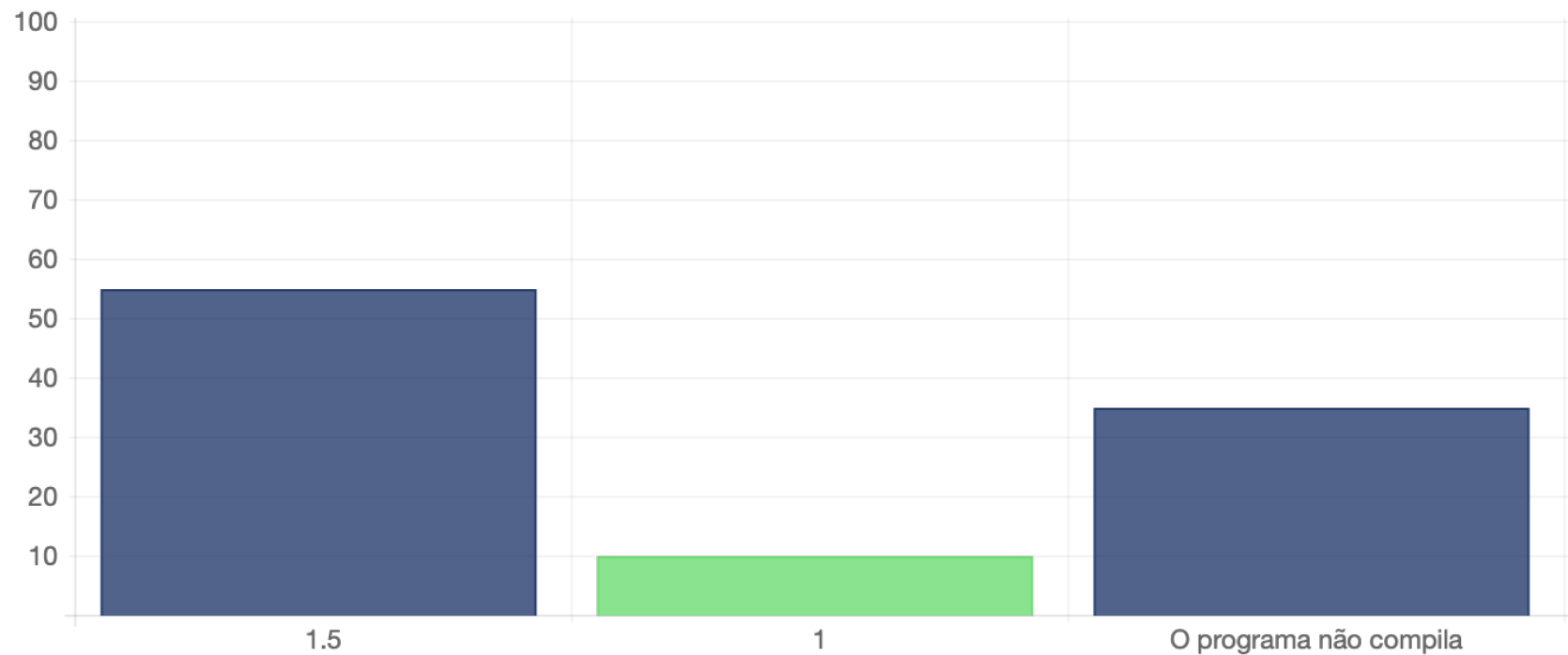


## #2 Qual o valor de $f$ depois da atribuição?

```
int main() {  
    float f;  
    f = 3 / 2;  
    return 0;  
}
```



## #2 Qual o valor de $\epsilon$ depois da atribuição?



# Conversões entre tipos

- Numa operação aritmética o operando de tipo “mais pequeno” é convertido para o tipo “maior”, sendo a operação realizada no tipo “maior”
  - Se um operando é um **double** o outro é convertido para **double**
  - Senão, se um operando é um **float** o outro é convertido para **float**
  - Senão, qualquer **char** ou **short** é promovido para **int**
  - Depois, se um operando é **long** o outro é convertido para **long**
- Numa atribuição numérica o valor da expressão é convertido implicitamente para o tipo da variável
  - Uma conversão pode também ser feita de forma explícita com o operador unário (*tipo*)

# Conversões entre tipos



# Divisão exacta

```
int main() {  
    float f;  
    f = 3 / 2.0;  
    return 0;  
}
```

```
int main() {  
    float f;  
    f = 3 / (float) 2;  
    return 0;  
}
```

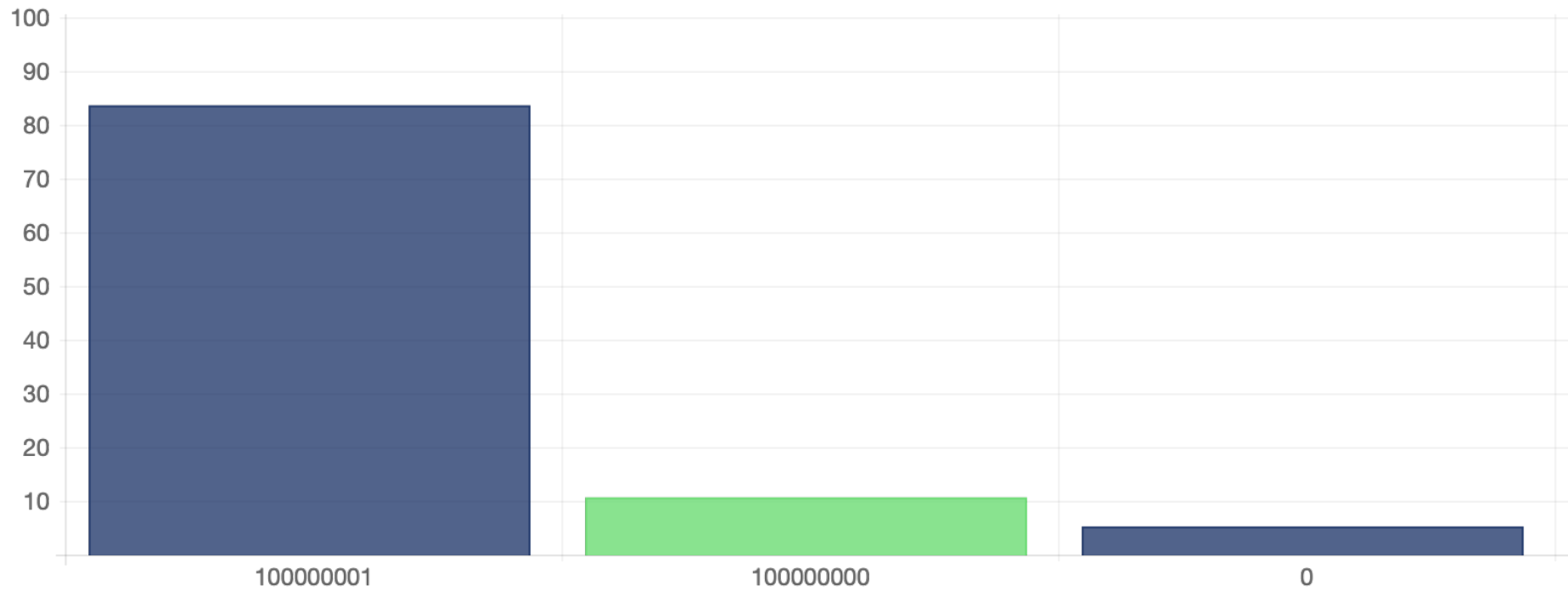
# Aula 3

# #3 Qual o valor de x no final?

```
int main() {  
    int x = 100000001;  
    float f;  
    f = x;  
    x = f;  
    return 0;  
};
```



# #3 Qual o valor de x no final?



# Máximo

```
#include <stdlib.h>
```

```
int max(int a, int b) {  
    int r;  
    r = (a + b + abs(a-b)) / 2;  
    return r;  
}
```



# Condicional

**if** (*expr*) *cmd*<sub>1</sub>; **else** *cmd*<sub>2</sub>;

**if** (*expr*) *cmd*;

# Operadores relacionais

| Operador | Significado    |
|----------|----------------|
| ==       | Igualdade      |
| !=       | Diferença      |
| <        | Menor          |
| <=       | Menor ou igual |
| >        | Maior          |
| <=       | Menor ou igual |

# Operadores lógicos

| Operador | Significado |
|----------|-------------|
| !        | Negação     |
| &&       | Conjunção   |
|          | Disjunção   |

# Booleans

- Não existe o tipo booleano em C
- Qualquer expressão numérica pode ser usada como booleano
  - O valor 0 corresponde a falso
  - Um valor diferente de 0 corresponde a verdadeiro
- Os operadores relacionais e lógicos devolvem 0 quando o resultado é falso e 1 quando é verdadeiro

# Máximo

```
int max(int a, int b) {  
    int r;  
    if (a > b) r = a; else r = b;  
    return r;  
}
```

# Máximo

```
int max(int a, int b) {  
    if (a > b) return a;  
    return b;  
}
```

# Blocos de comandos

- Em qualquer sítio onde é esperado um comando podemos colocar um *bloco de comandos*
- Um bloco de comandos é uma sequência de comandos ou declarações de variáveis entre chavetas
- As variáveis declaradas num bloco só podem ser usadas nesse bloco
- A definição de uma função é de facto um bloco de comandos

# Máximo

```
int max(int a, int b) {  
    if (a > b) {  
        int r;  
        r = a;  
        return r;  
    } else {  
        int m;  
        m = b;  
        return m;  
    }  
}
```

# Expressões lógicas

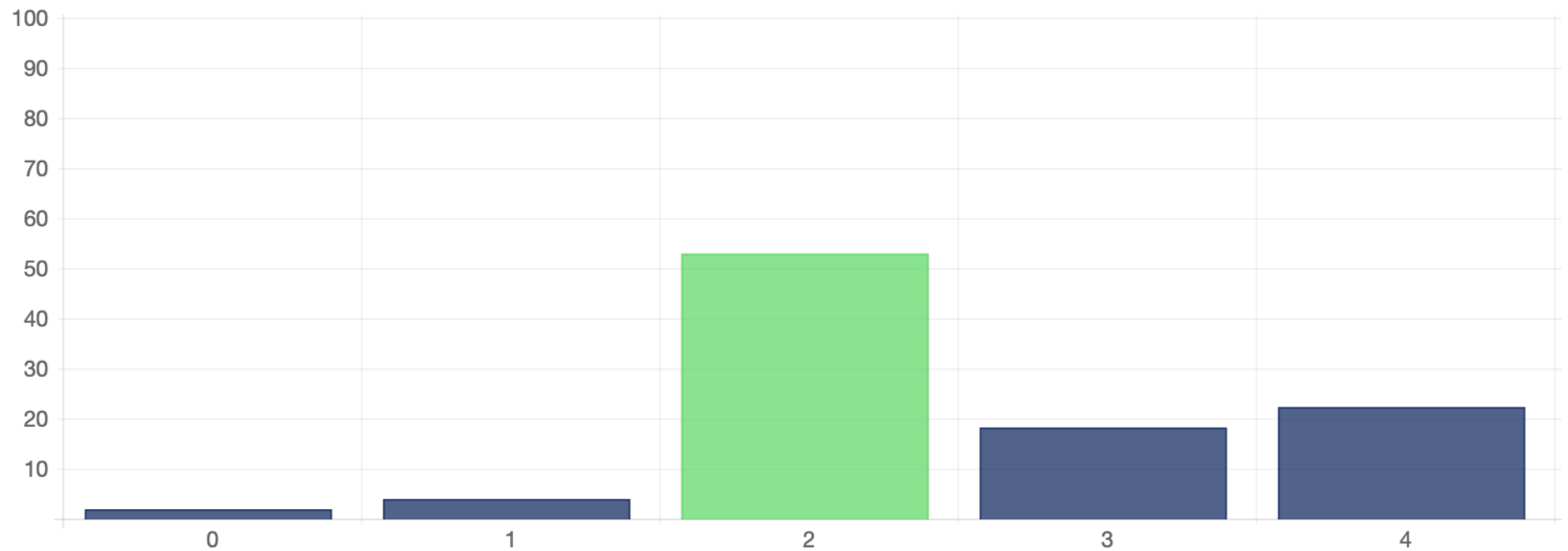
- A avaliação de uma expressão lógica é feita da esquerda para a direita
- Termina logo que seja possível determinar o valor da expressão

## #4 Quantas comparações faz `isalpha('0')`?

```
int isalpha(int c) {  
    return ((c >= 'a' && c <= 'z') || (c >= 'A' && c <= 'Z'));  
}
```



## #4 Quantas comparações faz `isalpha('0')`?



# Ciclo *while*

```
while (expr) cmd;
```

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    int i = 1;  
    while (i <= n) {  
        r = r * i;  
        i = i + 1;  
    }  
    return r;  
}
```

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    int i = 1;  
    while (i <= n) {  
        r = r * i;  
        i = i + 1;  
    }  
    return r;  
}
```

| n | r   | i | i <= n |
|---|-----|---|--------|
| 5 | 1   | 1 | 1      |
| 5 | 1   | 2 | 1      |
| 5 | 2   | 3 | 1      |
| 5 | 6   | 4 | 1      |
| 5 | 24  | 5 | 1      |
| 5 | 120 | 6 | 0      |

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    while (n > 0) {  
        r = r * n;  
        n = n - 1;  
    }  
    return r;  
}
```

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    while (n > 0) {  
        r = r * n;  
        n = n - 1;  
    }  
    return r;  
}
```

| n | r   | n > 0 |
|---|-----|-------|
| 5 | 1   | 1     |
| 4 | 5   | 1     |
| 3 | 20  | 1     |
| 2 | 60  | 1     |
| 1 | 120 | 1     |
| 0 | 120 | 0     |

# Operadores de atribuição

*var = var op expr;*

≡

*var op= expr;*

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    int i = 1;  
    while (i <= n) {  
        r *= i;  
        i += 1;  
    }  
    return r;  
}
```

# Comandos vs Expressões

- Em C qualquer expressão pode ser usada como um comando

```
int main() {  
    3+4;  
    return 0;  
}
```

- O comando de atribuição é de facto uma expressão
  - O valor da atribuição é o valor da expressão atribuída
  - O efeito no estado é modificar o valor da variável

# Operadores ++ e --

| Expressão | Valor   | Efeito      |
|-----------|---------|-------------|
| ++x       | $x + 1$ | $x = x + 1$ |
| x++       | x       | $x = x + 1$ |
| --x       | $x - 1$ | $x = x - 1$ |
| x--       | x       | $x = x - 1$ |

# Factorial

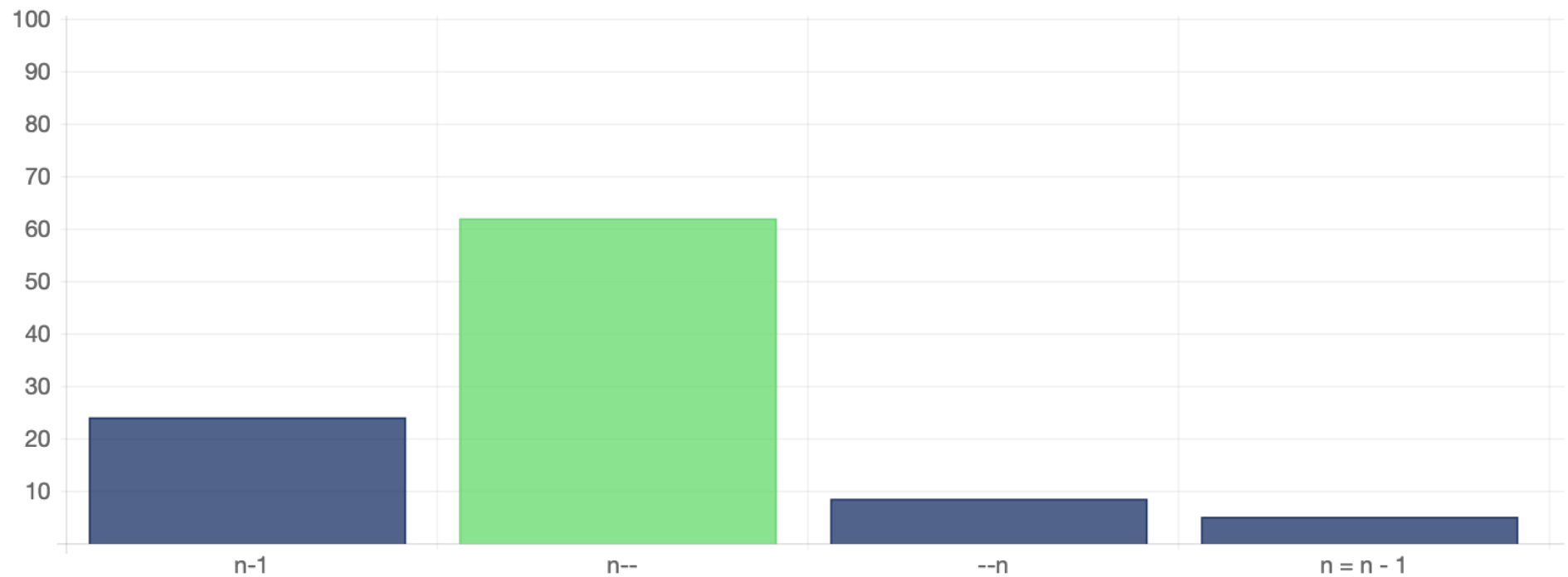
```
int fact(int n) {  
    int r, i;  
    r = i = 1;  
    while (i <= n) {  
        r *= i;  
        i++;  
    }  
    return r;  
}
```

## #5 Que expressão usar para calcular o factorial?

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    while (n > 0) r *=         ;  
    return r;  
}
```



## #5 Que expressão usar para calcular o factorial?



# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    while (n -= (r *= n) > 0);  
    return r;  
}
```



# Aula 4

# Ciclo for

*init*; **while** (*cond*) {*cmd*; *iter*;}

≡

**for** (*init*; *cond*; *iter*) *cmd*;

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    int i = 1;  
    while (i <= n) {  
        r *= i;  
        i++;  
    }  
    return r;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    for (int i = 1; i <= n; i++)  
        r *= i;  
    return r;  
}
```

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    while (n > 0) {  
        r *= n;  
        n--;  
    }  
    return r;  
}
```

```
int fact(int n) {  
    int r;  
    for (r = 1; n > 0; n--)  
        r *= n;  
    return r;  
}
```

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r;  
    for (r = 1; n > 0; r *= n, n--);  
    return r;  
}
```

# Ciclo do-while

*cmd*; **while** (*cond*) *cmd*;

≡

**do** *cmd*; **while** (*cond*);

# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r = 1, i = 0;  
    do {  
        i++;  
        r *= i;  
    }  
    while (i < n);  
    return r;  
}
```

# break e continue

- O comando **break** termina a execução de um ciclo
  - A execução continua no primeiro comando depois do ciclo
- O comando **continue** termina a iteração actual
  - Num ciclo **while** ou **do-while** a execução continua no teste
  - Num ciclo **for** a execução continua no comando de incremento

# Sorteio

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main() {
    int r;
    while (1) {
        r = rand();                // "sortear" um número entre 0 e RAND_MAX
        if (r == 0) break;
        if (r > 100) continue;
        printf("%d\n",r);
    }
    return 0;
}
```

# Sorteio

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main() {
    int r;
    while (1) {
        r = rand();                // "sortear" um número entre 0 e RAND_MAX
        if (r == 0) break;
        if (r <= 100)
            printf("%d\n",r);
    }
    return 0;
}
```

# Sorteio

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main() {
    int r, ok = 1;
    while (ok) {
        r = rand();
        if (r == 0) ok = 0;
        if (ok && r <= 100)
            printf("%d\n",r);
    }
    return 0;
}
```

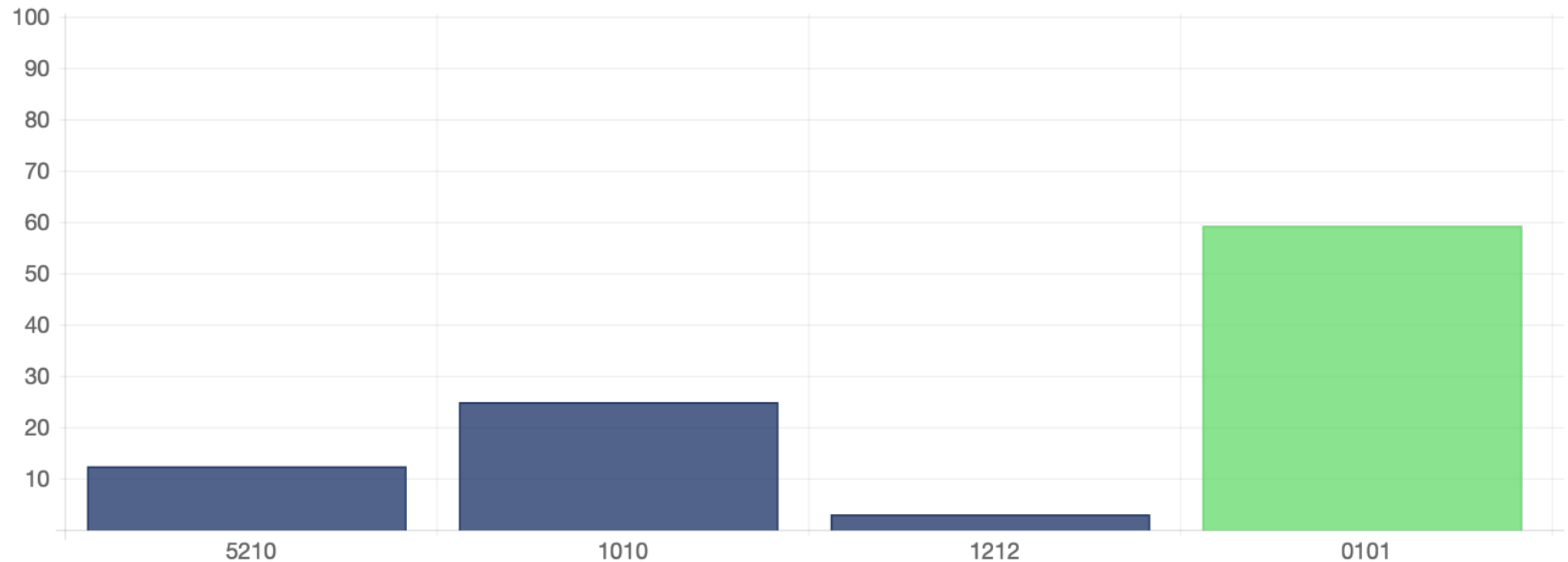
// "sortear" um número entre 0 e RAND\_MAX

# #6 Que imprime proc(10)?

```
void proc(unsigned int n) {  
    for (; n > 0; n /= 2) printf("%d", n % 2);  
}
```



# #6 Que imprime `proc(10)`?



# Imprimir binário

```
int size(unsigned int n) {  
    int size = 0;  
    for (; n > 0; n /= 2) size++;  
    return size;  
}  
int bit(unsigned int n, int i) {  
    for (; i > 0; i--) n /= 2;  
    return n % 2;  
}  
void binary(unsigned int n) {  
    for (int i = size(n)-1; i >= 0; i--) {  
        printf("%d", bit(n, i));  
    }  
}
```

# Operadores lógicos *bitwise*

| Operador | Significado           | Exemplo (unsigned char)         |
|----------|-----------------------|---------------------------------|
| ~        | Negação               | ~10101001 == 01010110           |
| &        | Conjunção             | 10101001 & 11001010 == 10001000 |
|          | Disjunção             | 10101001   11001010 == 11101011 |
| ^        | Disjunção exclusiva   | 10101001 ^ 11001010 == 01100011 |
| >>       | Shift para a direita  | 10101001 >> 3 == 00010101       |
| <<       | Shift para a esquerda | 10101001 << 3 == 01001000       |

# Imprimir binário

```
int size(unsigned int n) {  
    int size = 0;  
    for (; n > 0; n >>= 1) size++;  
    return size;  
}  
int bit(unsigned int n, int i) {  
    return (n >> i) & 1;  
}  
void binary(unsigned int n) {  
    for (int i = size(n)-1; i >= 0; i--) {  
        printf("%d", bit(n, i));  
    }  
}
```

# Recursividade

- Uma função pode invocar-se a si própria directa ou indirectamente



# Factorial

```
int fact(int n) {  
    int r;  
    if (n > 0) r = n * fact(n-1);  
    else r = 1;  
    return r;  
}
```

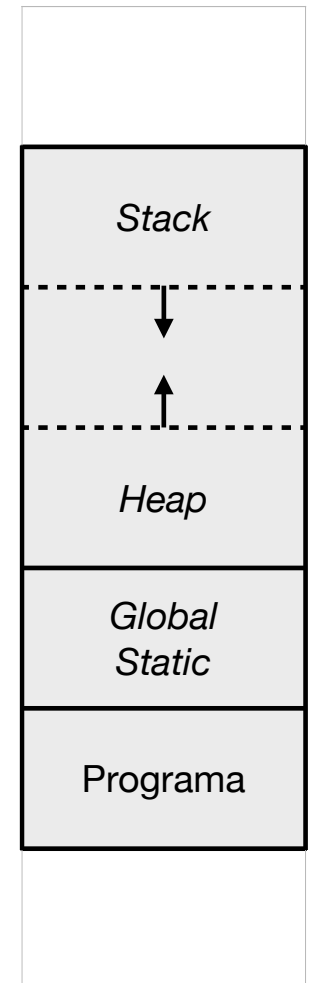
# Imprimir binário

```
void binary(int n) {  
    if (n > 0) {  
        binary(n >> 1);  
        printf("%d", n & 1);  
    }  
}
```

# Aula 5

# Gestão de memória

- Automática
  - Memória reservada e libertada automaticamente na *stack* durante a execução
  - Variáveis locais e parâmetros
- Dinâmica
  - Memória reservada e libertada explicitamente na *heap* durante a execução
- Estática
  - Memória reservada em tempo de compilação e libertada apenas quando o programa termina
  - Variáveis globais e **static**



<https://pythontutor.com/c.html>



# #7 Que imprime o seguinte programa?

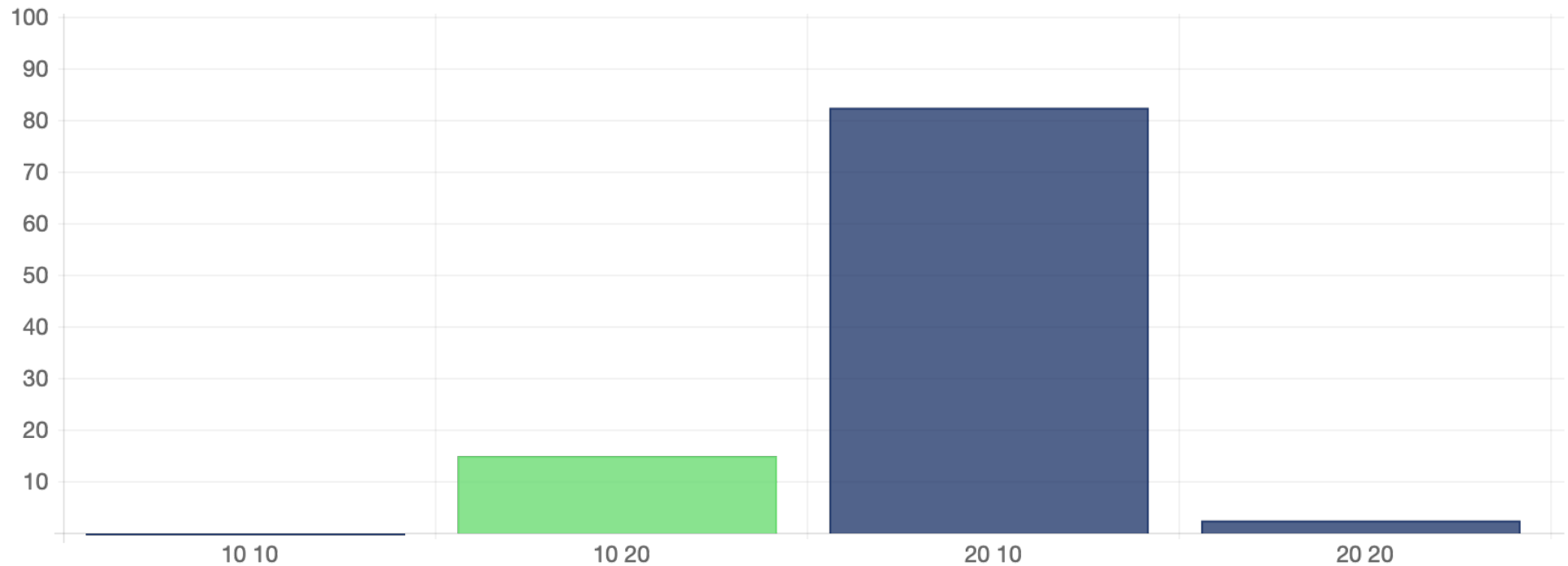
```
#include <stdio.h>

void swap(int x, int y) {
    int aux = y;
    y = x;
    x = aux;
}

int main() {
    int x = 10, y = 20;
    swap(x,y);
    printf("%d %d\n",x,y);
    return 0;
}
```



# #7 Que imprime o seguinte programa?



# Passagem de argumentos

- Passagem por valor (*call by value*)
  - O valor dos argumentos é copiado para os parâmetros da função
  - Uma modificação num parâmetro não afecta o argumento
- Passagem por referência (*call by reference*)
  - Uma referência (*alias*) para os argumentos é copiada para os parâmetros da função
  - Uma modificação num parâmetro afecta o argumento

# Passagem de argumentos em C

- Em C temos sempre passagem por valor
- A passagem por referência pode ser simulada passando explicitamente (por valor) o endereço de memória do argumento
- Sabendo o endereço do argumento é possível na função alterar o seu conteúdo
- O endereço de uma variável é também conhecido como um *apontador* para a variável

# Declaração de apontadores

*tipo \*id;*

*tipo \*id<sub>0</sub>, \*id<sub>1</sub>, ...;*

**void \*id;**

# Operadores de referência

| Operador        | Significado                      |
|-----------------|----------------------------------|
| <i>*expr</i>    | Conteúdo do endereço <i>expr</i> |
| <i>&amp;var</i> | Endereço de <i>var</i>           |

# *Swap*

```
#include <stdio.h>

void swap(int *x, int *y) {
    int aux = *y;
    *y = *x;
    *x = aux;
}

int main() {
    int x = 10, y = 20;
    swap(&x,&y);
    printf("%d %d\n",x,y);
    return 0;
}
```

# Swap

```
#include <stdio.h>
```

```
void swap(int *x, int *y) {
    int aux = *y;
    *y = *x;
    *x = aux;
}
```

```
int main() {  
    int x = 10, y = 20;  
    swap(&x,&y);  
    printf("%d %d\n",x,y);  
    return 0;  
}
```

| Endereço  | Conteúdo | Variável | Função |
|-----------|----------|----------|--------|
|           |          |          |        |
| 16B8637E8 | 10       | x        | main   |
| 16B8637E4 | 20       | y        |        |
|           |          |          |        |
|           |          |          |        |
|           |          |          |        |
|           |          |          |        |
|           |          |          |        |
|           |          |          |        |

# Swap

```
#include <stdio.h>
```

```
void swap(int *x, int *y) {  
    int aux = *y;  
    *y = *x;  
    *x = aux;  
}
```

```
int main() {  
    int x = 10, y = 20;  
    swap(&x,&y);  
    printf("%d %d\n",x,y);  
    return 0;  
}
```

| Endereço  | Conteúdo  | Variável | Função |
|-----------|-----------|----------|--------|
|           |           |          |        |
| 16B8637E8 | 10        | x        | main   |
| 16B8637E4 | 20        | y        |        |
|           |           |          |        |
| 16B8637A4 | 16B8637E8 | x        | swap   |
| 16B8637A0 | 16B8637E4 | y        |        |
| 16B86379C | ?         | aux      |        |
|           |           |          |        |

# Swap

```
#include <stdio.h>

void swap(int *x, int *y) {
    int aux = *y;
    *y = *x;
    *x = aux;
}

int main() {
    int x = 10, y = 20;
    swap(&x,&y);
    printf("%d %d\n",x,y);
    return 0;
}
```

| Conteúdo | Variável | Função |
|----------|----------|--------|
|          |          |        |
| 10       | x        | main   |
| 20       | y        |        |
|          |          |        |
|          | x        | swap   |
|          | y        |        |
| ?        | aux      |        |
|          |          |        |

# Swap

```
#include <stdio.h>

void swap(int *x, int *y) {
    int aux = *y;
    *y = *x;
    *x = aux;
}

int main() {
    int x = 10, y = 20;
    swap(&x,&y);
    printf("%d %d\n",x,y);
    return 0;
}
```

| Conteúdo | Variável | Função |
|----------|----------|--------|
|          |          |        |
| 10       | x        | main   |
| 20       | y        |        |
|          |          |        |
|          | x        | swap   |
|          | y        |        |
| 20       | aux      |        |
|          |          |        |

# Swap

```
#include <stdio.h>
```

```
void swap(int *x, int *y) {  
    int aux = *y;  
    *y = *x;  
    *x = aux;  
}
```

```
int main() {  
    int x = 10, y = 20;  
    swap(&x,&y);  
    printf("%d %d\n",x,y);  
    return 0;  
}
```

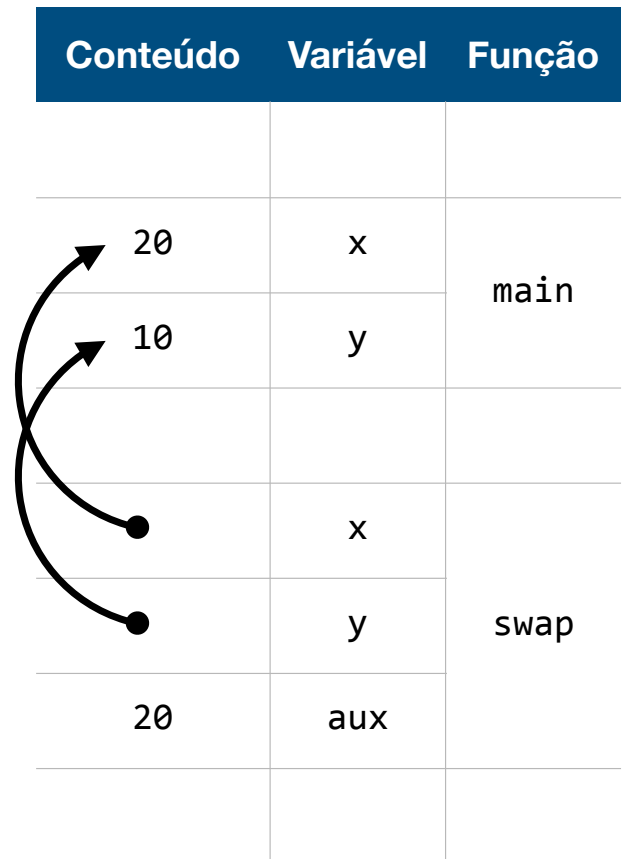
| Conteúdo | Variável | Função |
|----------|----------|--------|
|          |          |        |
| 10       | x        | main   |
| 10       | y        |        |
|          |          |        |
|          | x        | swap   |
|          | y        |        |
| 20       | aux      |        |
|          |          |        |

# Swap

```
#include <stdio.h>

void swap(int *x, int *y) {
    int aux = *y;
    *y = *x;
    *x = aux;
}

int main() {
    int x = 10, y = 20;
    swap(&x,&y);
    printf("%d %d\n",x,y);
    return 0;
}
```



# Swap

```
#include <stdio.h>
```

```
void swap(int *x, int *y) {
    int aux = *y;
    *y = *x;
    *x = aux;
}
```

```
int main() {
    int x = 10, y = 20;
    swap(&x,&y);
    printf("%d %d\n",x,y);
    return 0;
}
```

| Conteúdo | Variável | Função |
|----------|----------|--------|
|          |          |        |
| 20       | x        | main   |
| 10       | y        |        |
|          |          |        |
|          |          |        |
|          |          |        |
|          |          |        |
|          |          |        |
|          |          |        |

# A função scanf

```
#include <stdio.h>
```

```
int fact(int n) {  
    int r = 1;  
    for (; n > 0; n--) r *= n;  
    return r;  
}
```

```
int main() {  
    int x;  
    if (scanf("%d", &x) != 1) return 1;  
    printf("fact(%d) == %d\n", x, fact(x));  
    return 0;  
}
```

# Aula 6

# Contar caracteres

```
#include <stdio.h>
```

```
int main() {  
    int n = 0;  
    char c;  
    while ((c = getchar()) != '\n') n++;  
    printf("%d\n", n);  
    return 0;  
}
```

# #8 Como contar dígitos?

```
#include <stdio.h>
```

```
int main() {  
    int n = 0;  
    char c;  
    while ((c = getchar()) != '\n') {  
        printf("%d\n", n);  
        return 0;  
    }  
}
```



# Contar dígitos separadamente

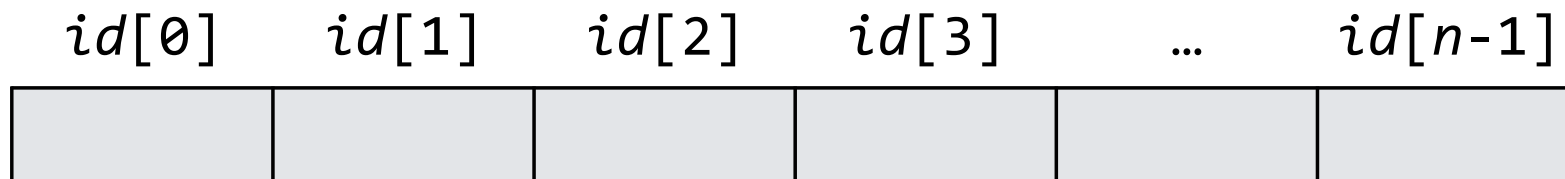
```
#include <stdio.h>
```

```
int main() {  
    int n0 = 0, n1 = 0, ...;  
    char c;  
    while ((c = getchar()) != '\n') {  
        n0 += (c == '0');  
        n1 += (c == '1');  
        ...  
    }  
    printf("0: %d\n", n0);  
    printf("1: %d\n", n1);  
    ...  
    return 0;  
}
```



# Declaração de arrays

*tipo id[n];*



# Contar dígitos separadamente

```
#include <stdio.h>
```

```
int main() {  
    int n[10], i;  
    char c;  
    for (i = 0; i < 10; i++) n[i] = 0;  
    while ((c = getchar()) != '\n')  
        if (c >= '0' && c <= '9') n[c-'0']++;  
    for (i = 0; i < 10; i++) printf("%d: %d\n", i, n[i]);  
    return 0;  
}
```

# Inicialização de arrays

*tipo*  $id[n] = \{expr_0, expr_1, \dots, expr_k\};$

|          |          |     |          |     |           |
|----------|----------|-----|----------|-----|-----------|
| $id[0]$  | $id[1]$  | ... | $id[k]$  | ... | $id[n-1]$ |
| $expr_0$ | $expr_1$ |     | $expr_k$ | 0   | 0         |

# Contar dígitos separadamente

```
#include <stdio.h>
```

```
int main() {  
    int n[10] = {0}, i;  
    char c;  
    while ((c = getchar()) != '\n')  
        if (c >= '0' && c <= '9') n[c-'0']++;  
    for (i = 0; i < 10; i++) printf("%d: %d\n", i, n[i]);  
    return 0;  
}
```

# Directiva #define

**#define** *id expr*

**#define** *id(id<sub>1</sub>, ..., id<sub>n</sub>) expr*

# Sortear N inteiros diferentes

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define N 10

int existe(int x, int a[N], int n) {
    for (int i = 0; i < n; i++)
        if (a[i] == x) return 1;
    return 0;
}

int main() {
    int i = 0, x, p[N];
    while (i < N) {
        x = rand();
        if (existe(x,p,i)) continue;
        printf("%d\n", x);
        p[i++] = x;
    }
    return 0;
}
```

# Aula 7

# Aritmética de apontadores

- Quando se adiciona ou subtrai uma constante a um apontador, o tamanho do valor apontado é tido em consideração

`a = &v;`

`a + n == (char *) a + n*sizeof(v)`

# Arrays vs Apontadores

- O nome de um array corresponde ao endereço da primeira célula

$$a == \&(a[0])$$

- Quando é passado um array a uma função como argumento é de facto passado um apontador para a primeira célula
- O acesso a uma posição de um array é equivalente à deferência de um apontador

$$a[i] == *(a+i)$$

- Alterações ao array dentro da função afetam o array argumento
- O tamanho do array no parâmetro é irrelevante
- Se for necessário, o tamanho tem que ser passado num argumento

# Pesquisa

```
int existe(int x, int a[], int n) {  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
        if (a[i] == x) return 1;  
    return 0;  
}
```

# Pesquisa

```
int existe(int x, int *a, int n) {  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
        if (*(a+i) == x) return 1;  
    return 0;  
}
```

# Pesquisa

```
int existe(int x, int *a, int n) {  
    for (int i = 0; i < n; i++, a++)  
        if (*a == x) return 1;  
    return 0;  
}
```

# Pesquisa

```
int existe(int x, int *a, int n) {  
    if (n == 0) return 0;  
    if (*a == x) return 1;  
    return existe(x, a+1, n-1);  
}
```

<https://pythontutor.com/c.html>



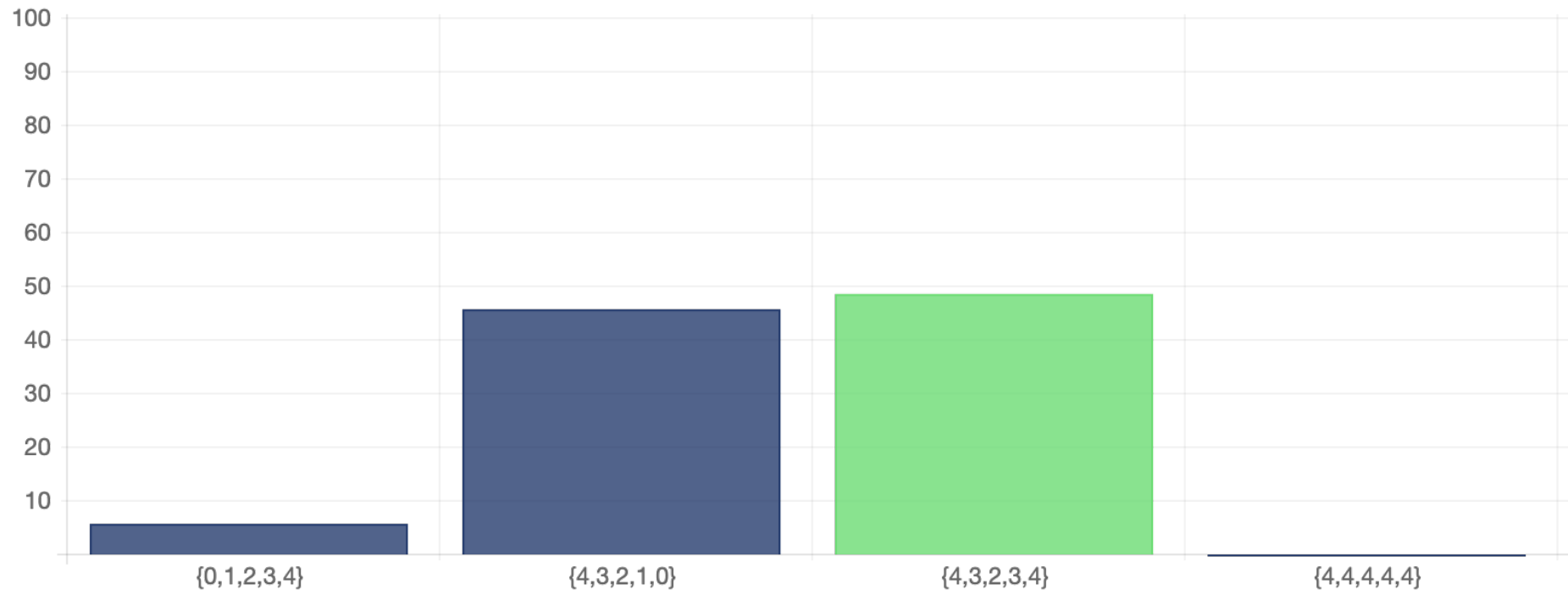
## #9 Qual o conteúdo de a depois do modifica(a,5)?

```
void modifica(int b[], int n) {  
    int i = 0, j = n-1;  
    while (i < n) {  
        b[i] = b[j];  
        i++; j--;  
    }  
}
```

```
int main() {  
    int a[5] = {0,1,2,3,4};  
    modifica(a,5);  
    return 0;  
}
```



**#9 Qual o conteúdo de a depois do `modifica(a, 5)`?**



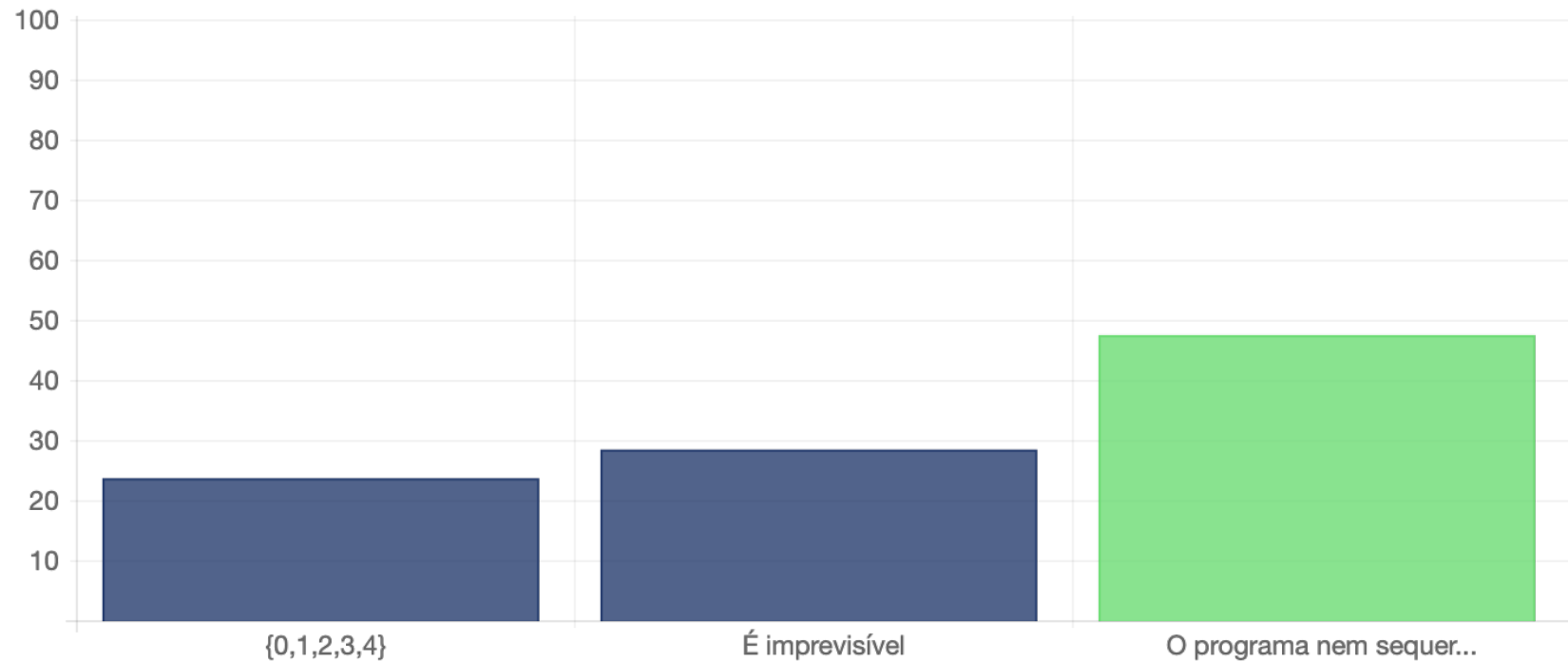
## #10 Qual o conteúdo de b depois do copia(a,5)?

```
int *copia(int a[], int n) {  
    int b[n];  
    for (int i = 0; i < n; i++) b[i] = a[i];  
    return b;  
}
```

```
int main() {  
    int a[5] = {0,1,2,3,4};  
    int b[5];  
    b = copia(a,5);  
    return 0;  
}
```



## #10 Qual o conteúdo de b depois do copia(a, 5)?



# Arrays vs Apontadores

- Na declaração de um parâmetro de uma função, `int v[N]` é a mesma coisa que `int *v`
  - Na stack é alocada 1 célula de memória para `v` com capacidade para um endereço
  - Dado um  $0 \leq i < N$ , podemos modificar `v[i]` (modifica a *i*-ésima célula do array argumento)
  - Podemos modificar `v` (modifica a cópia local do endereço do array argumento)

# Arrays vs Apontadores

- Mas na declaração de uma variável não é a mesma coisa!
- A declaração `int v[N]` aloca N células de memória, cada uma com capacidade para um `int`
  - Embora `v == &(v[0])`, não é alocada memória para `v`
  - Dado um  $0 \leq i < N$ , podemos modificar `v[i]`, mas não é possível modificar `v`
- A declaração `int *v` aloca 1 célula de memória com capacidade para um endereço
  - Podemos modificar `v`
  - Mas não faz sentido modificar `v[i]`, a não ser que `v` aponte para um array

# Copiar um array

```
void copia(int a[], int b[], int n) {  
    for (int i = 0; i < n; i++) b[i] = a[i];  
}
```

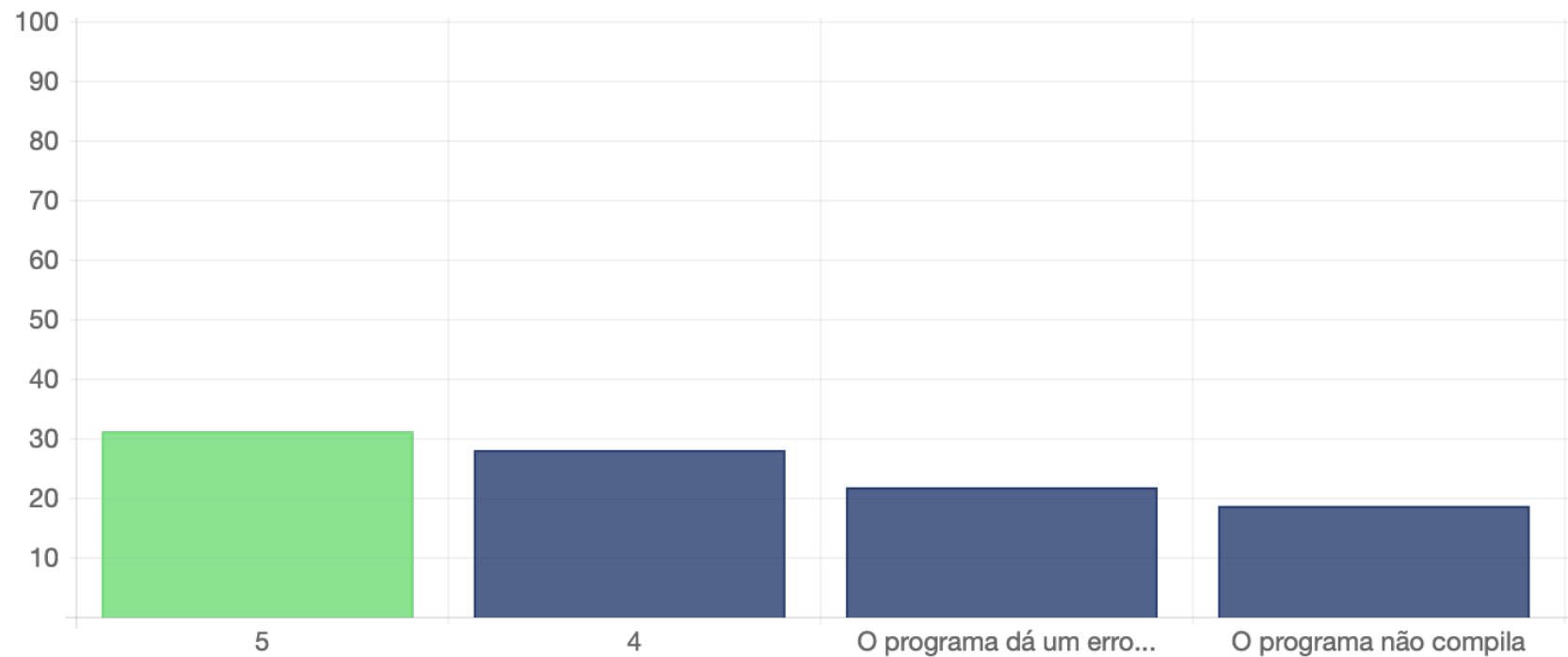
```
int main() {  
    int a[5] = {0,1,2,3,4};  
    int b[5];  
    copia(a,b,5);  
    return 0;  
}
```

# #11 Qual o conteúdo de a[4] no final?

```
int main() {  
    int a[5] = {0,1,2,3,4};  
    int *b = a;  
    b[4] = 5;  
    return 0;  
}
```



# #11 Qual o conteúdo de `a[4]` no final?



# Strings

- Uma string é um array de caracteres
- Para ser bem formada deve terminar com o caracter '`\0`'

```
char s[6] = "ola";
```

| s[0] | s[1] | s[2] | s[3] | s[4] | s[5] |
|------|------|------|------|------|------|
| 'o'  | 'l'  | 'a'  | '\0' |      |      |

# strlen

```
int strlen(char s[]) {  
    int i;  
    for (i = 0; s[i] != '\0'; i++);  
    return i;  
}
```

# Aula 8

# strlen

```
int strlen(char *s) {  
    char *t = s;  
    for (; *t; t++);  
    return t-s;  
}
```

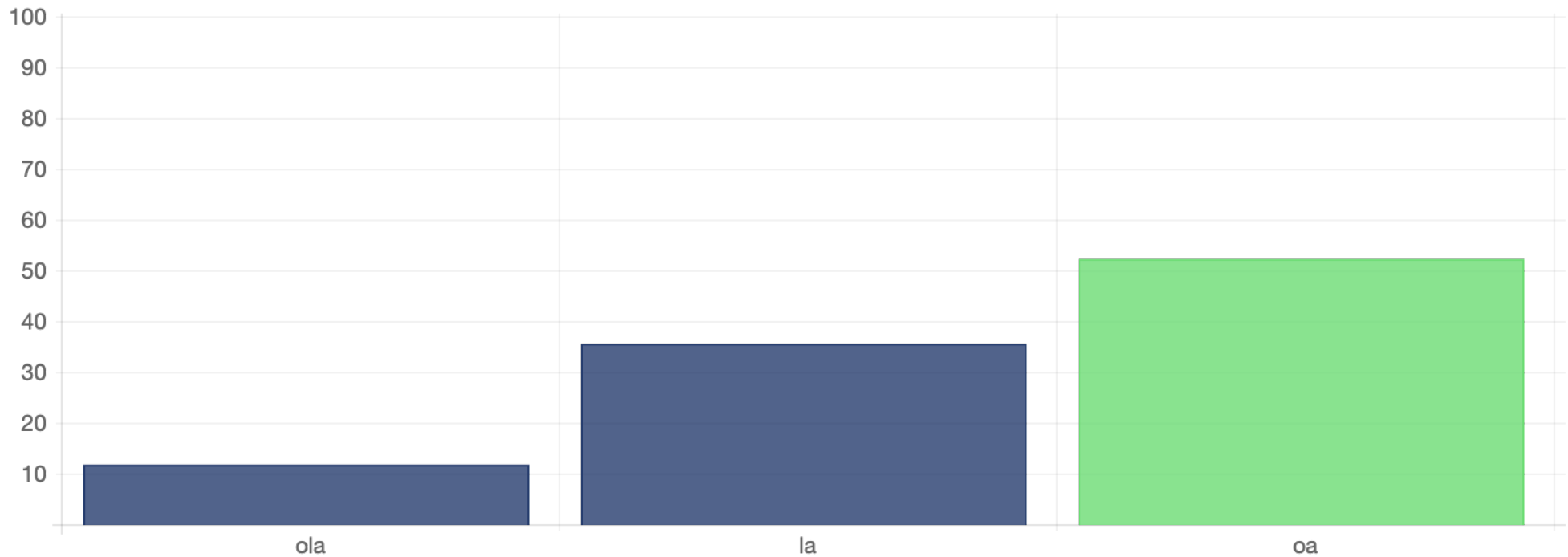
# #12 Que imprime o seguinte programa?

```
void func(char s[], int i) {  
    for (; s[i] != '\0'; i++) s[i] = s[i+1];  
}
```

```
int main() {  
    char s[10] = "ola";  
    func(s,1);  
    printf("%s\n", s);  
    return 0;  
}
```



# #12 Que imprime o seguinte programa?



# Remover i-ésimo caracter

```
void delete(char s[], int i) {  
    for (; s[i] != '\0'; i++) s[i] = s[i+1];  
}
```

```
int main() {  
    char s[10] = "ola";  
    delete(s,1);  
    printf("%s\n", s);  
    return 0;  
}
```

# Remover i-ésimo caracter

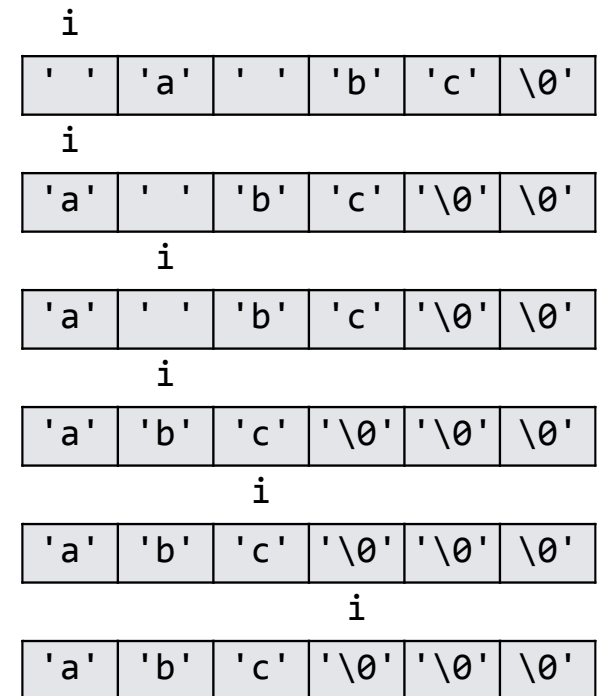
```
char *delete(char s[], int i) {  
    for (; s[i] != '\0'; i++) s[i] = s[i+1];  
    return s;  
}
```

```
int main() {  
    char s[10] = "ola";  
    printf("%s\n", delete(s,1));  
    return 0;  
}
```

# Remover espaços

```
#include <ctype.h>
```

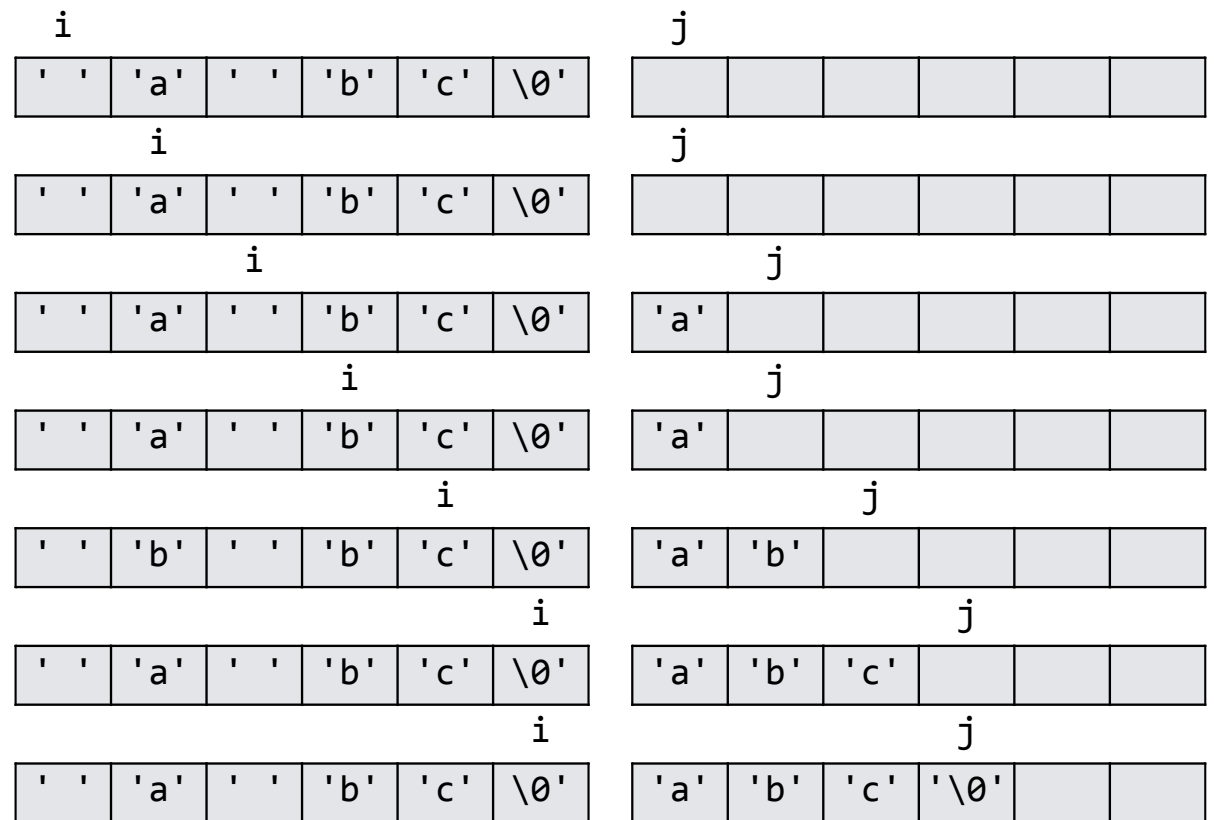
```
char *trim(char s[]) {  
    int i = 0;  
    while (s[i] != '\0') {  
        if (isspace(s[i])) delete(s,i);  
        else i++;  
    }  
    return s;  
}
```



# Remover espaços

```
#include <ctype.h>
```

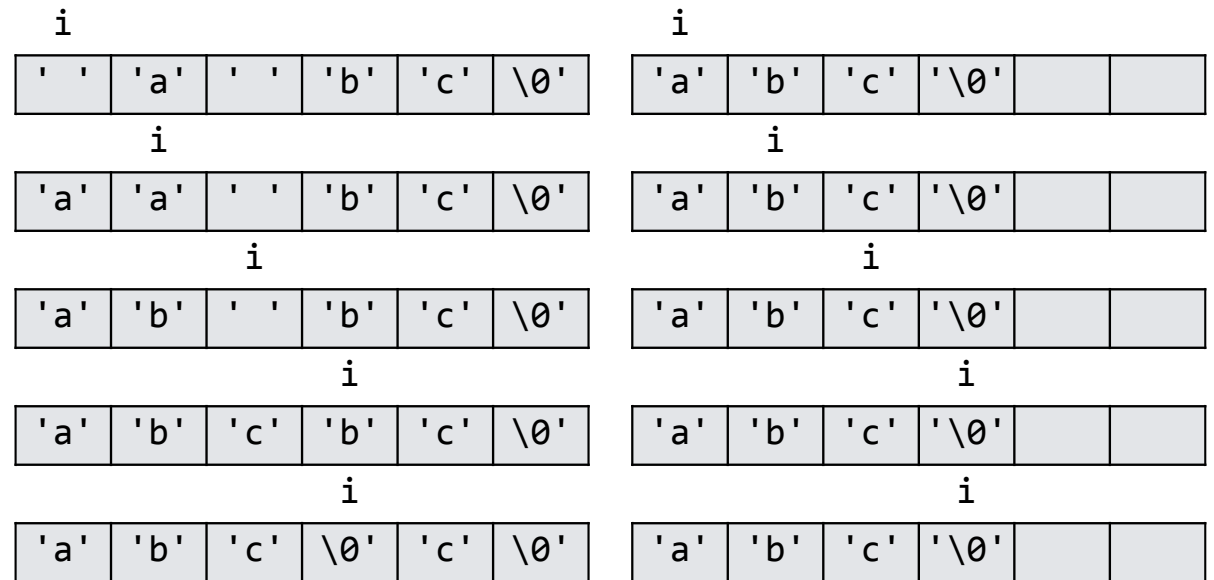
```
char *trim(char s[]) {  
    int i, j = 0;  
    char t[strlen(s)+1];  
    for (i = 0; s[i] != '\0'; i++)  
        if (!isspace(s[i])) {  
            t[j] = s[i]; j++;  
        }  
    t[j] = '\0';  
    for (i = 0; t[i] != '\0'; i++)  
        s[i] = t[i];  
    s[i] = '\0';  
    return s;  
}
```



# Remover espaços

```
#include <ctype.h>
```

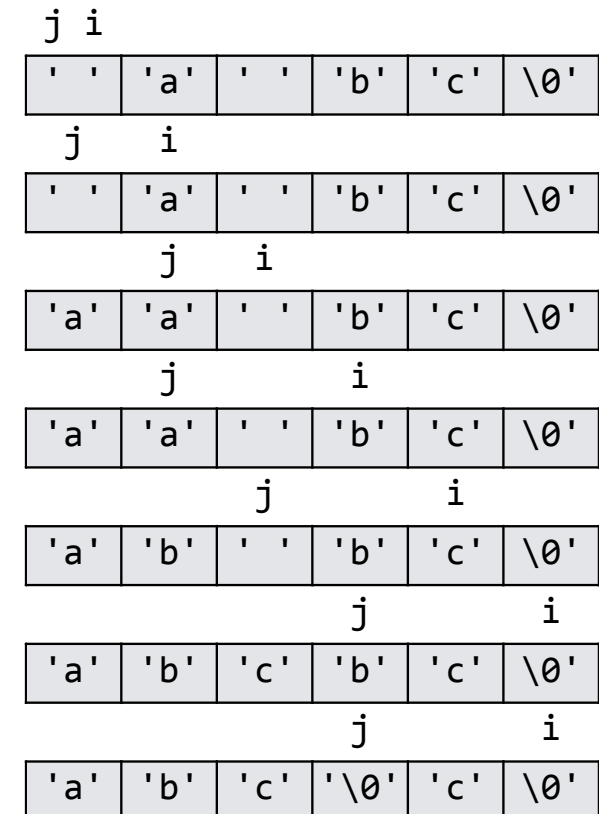
```
char *trim(char s[]) {  
    int i, j = 0;  
    char t[strlen(s)+1];  
    for (i = 0; s[i] != '\0'; i++)  
        if (!isspace(s[i])) {  
            t[j] = s[i]; j++;  
        }  
    t[j] = '\0';  
    for (i = 0; t[i] != '\0'; i++)  
        s[i] = t[i];  
    s[i] = '\0';  
    return s;  
}
```



# Remover espaços

```
#include <ctype.h>

char *trim(char s[]) {
    int i, j = 0;
    for (i = 0; s[i] != '\0'; i++)
        if (!isspace(s[i])) {
            s[j] = s[i]; j++;
        }
    s[j] = '\0';
    return s;
}
```



# gets

```
char *gets(char s[]) {  
    int i = 0;  
    while ((s[i] = getchar()) != '\n') i++;  
    s[i] = '\0';  
    return s;  
}
```

# strcat

```
char *strcat(char s[], char t[]) {  
    int i = strlen(s), j = 0;  
    while (t[j] != '\0') {  
        s[i] = t[j];  
        i++; j++;  
    }  
    s[i] = '\0';  
    return s;  
}
```

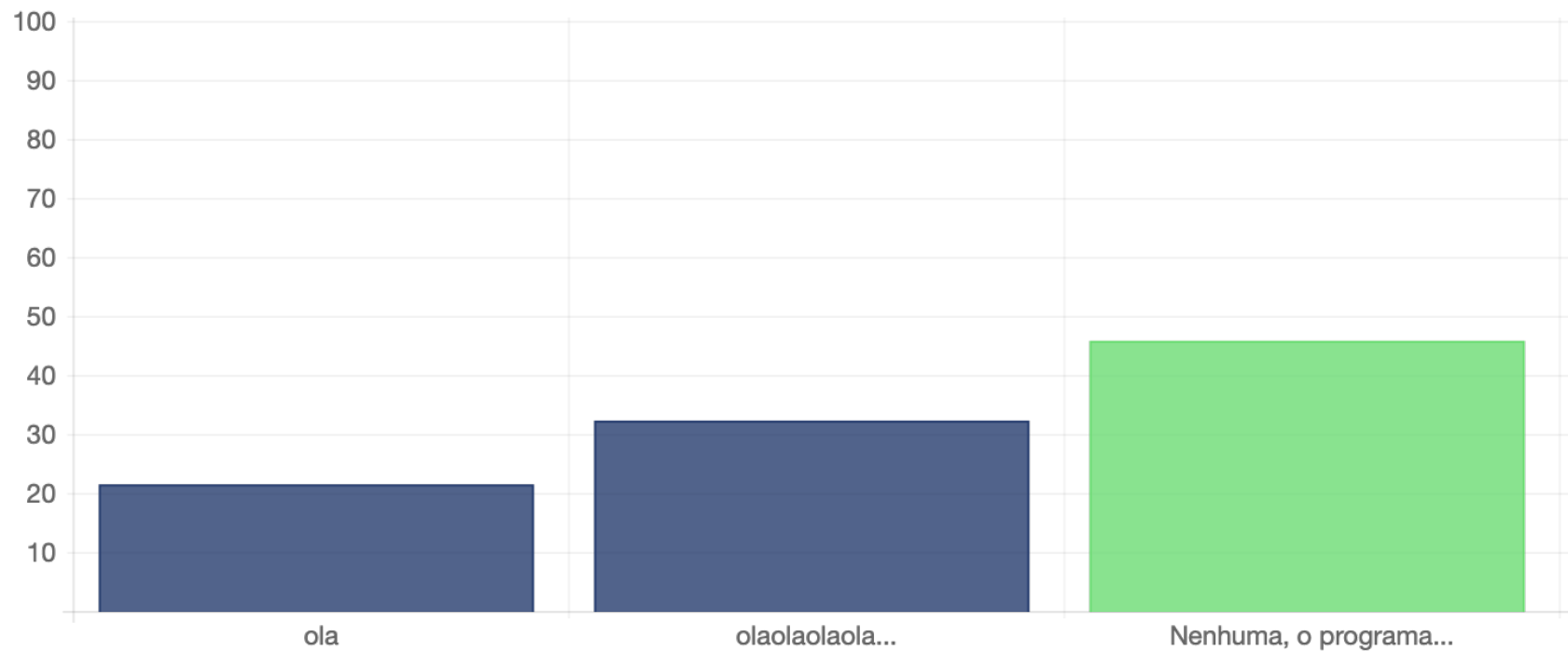
# #13 Que imprime o seguinte programa?

```
char *strcat(char s[], char t[]) {  
    int i = strlen(s), j = 0;  
    while (t[j] != '\0') {  
        s[i] = t[j];  
        i++; j++;  
    }  
    s[i] = '\0';  
    return s;  
}
```

```
int main() {  
    char s[10] = "ola";  
    printf("%s\n", strcat(s,s));  
    return 0;  
}
```



# #13 Que imprime o seguinte programa?



# Aula 9

# Pesquisa linear num array

```
int search(int x, int a[], int n) {  
    int i;  
    for (i = 0; i < n && a[i] != x; i++);  
    if (i < n) return 1;  
    else return 0;  
}
```

# Sortear N inteiros diferentes

```
#define N 10
```

```
int main() {  
    int i = 0, x, p[N];  
    while (i < N) {  
        x = rand();  
        if (search(x,p,i)) continue;  
        printf("%d\n", x);  
        p[i] = x;  
        i++;  
    }  
    return 0;  
}
```



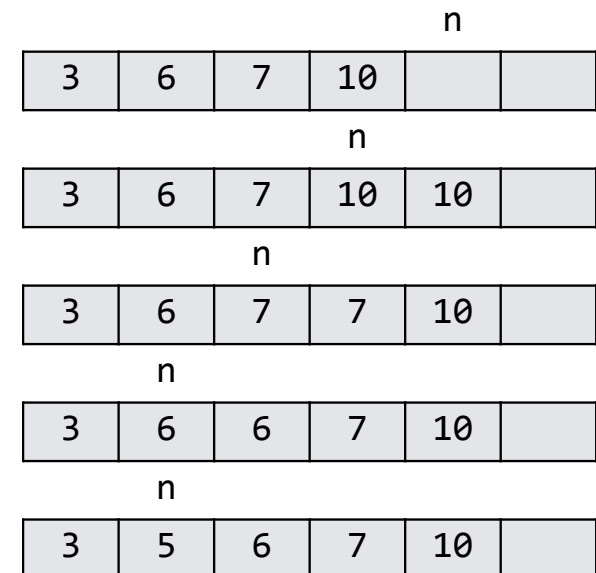
# Pesquisa linear num array ordenado

```
int search(int x, int a[], int n) {  
    int i;  
    for (i = 0; i < n && a[i] < x; i++);  
    if (i < n && a[i] == x) return 1;  
    else return 0;  
}
```

# Inserção ordenada

```
void insert(int x, int a[], int n) {  
    while (n > 0 && a[n-1] > x) {  
        a[n] = a[n-1];  
        n--;  
    }  
    a[n] = x;  
}
```

```
int main() {  
    int a[6] = {3,6,7,10};  
    insert(5,a,4);  
    return 0;  
}
```



# Sortear N inteiros diferentes

```
#define N 10
```

```
int main() {  
    int i = 0, x, p[N];  
    while (i < N) {  
        x = rand();  
        if (search(x,p,i)) continue;  
        printf("%d\n", x);  
        insert(x,p,i);  
        i++;  
    }  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa binária

```
int search(int x, int a[], int n) {
    int l = 0, u = n-1, m;
    while (l <= u) {
        m = (l+u) / 2;
        if (a[m] == x) return 1;
        if (a[m] < x) l = m+1;
        else u = m-1;
    }
    return 0;
}

int main() {
    int a[10] = {3,6,7,8,10,15,16,21,27,32};
    search(8,a,10);
    return 0;
}
```

|       |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
|       |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| l     |   | m |   |    |    |    |    | u  |    |
| 3     | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
| l     |   | m |   | u  |    |    |    |    |    |
| 3     | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
| l m u |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| 3     | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
| l m u |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| 3     | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |

# Pesquisa binária

```
int search(int x, int a[], int n) {
    int l = 0, u = n-1, m;
    while (l <= u) {
        m = (l+u) / 2;
        if (a[m] == x) return 1;
        if (a[m] < x) l = m+1;
        else u = m-1;
    }
    return 0;
}

int main() {
    int a[10] = {3,6,7,8,10,15,16,21,27,32};
    search(20,a,10);
    return 0;
}
```

|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| l |   | m |   |    |    |    |    | u  |    |
| 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| l |   |   |   |    | m  |    |    | u  |    |
| 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| l |   |   |   |    | m  | u  |    |    |    |
| 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| l |   |   |   |    |    | m  | u  |    |    |
| 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| l |   |   |   |    |    |    | m  | u  |    |
| 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |
|   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| m |   |   |   |    |    | u  | l  |    |    |
| 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 15 | 16 | 21 | 27 | 32 |

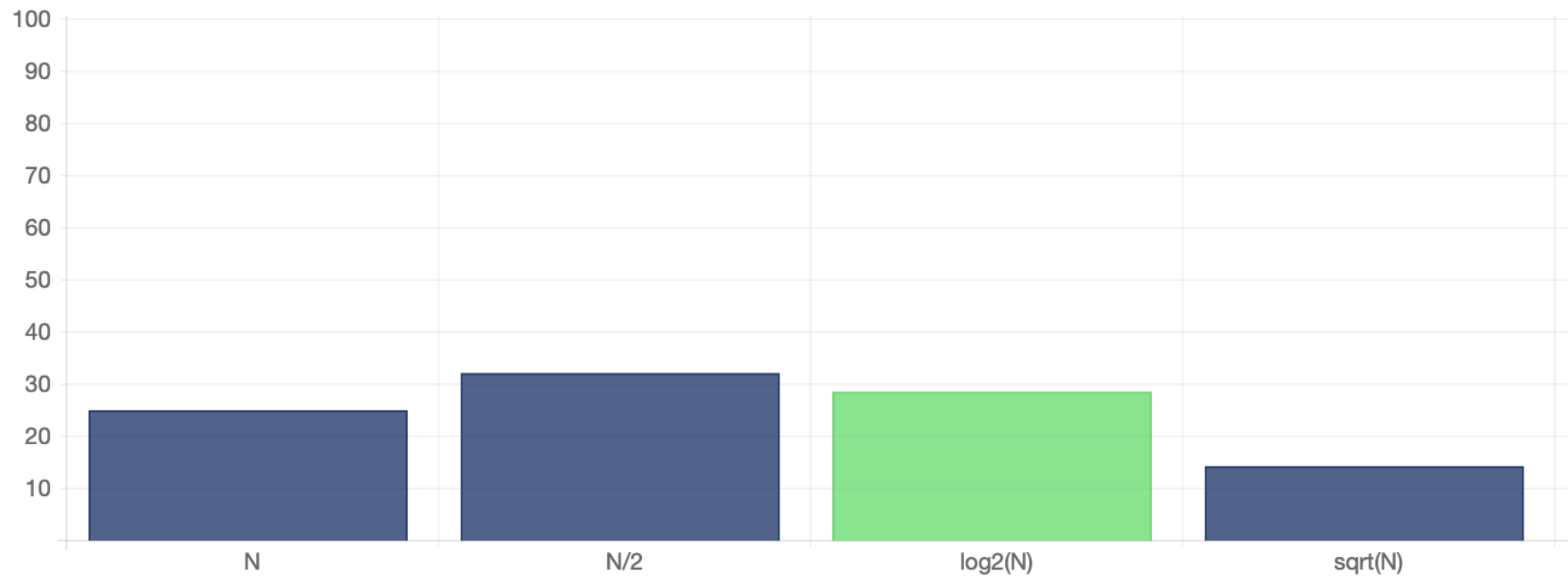
## #14 Aproximadamente, quantas iterações fará o search?

```
#define N ...
```

```
int main() {  
    int a[N];  
    for (int i = 0; i < N; i++) a[i] = i;  
    search(N,a,N);  
}
```



## #14 Aproximadamente, quantas iterações fará o search?



# Pesquisa binária

| N       | $\text{sqrt}(N)$ | $\log_2(N)$ |
|---------|------------------|-------------|
| 16      | 4                | 4           |
| 256     | 16               | 8           |
| 1024    | 32               | 10          |
| 1048576 | 1024             | 20          |



# Insertion sort

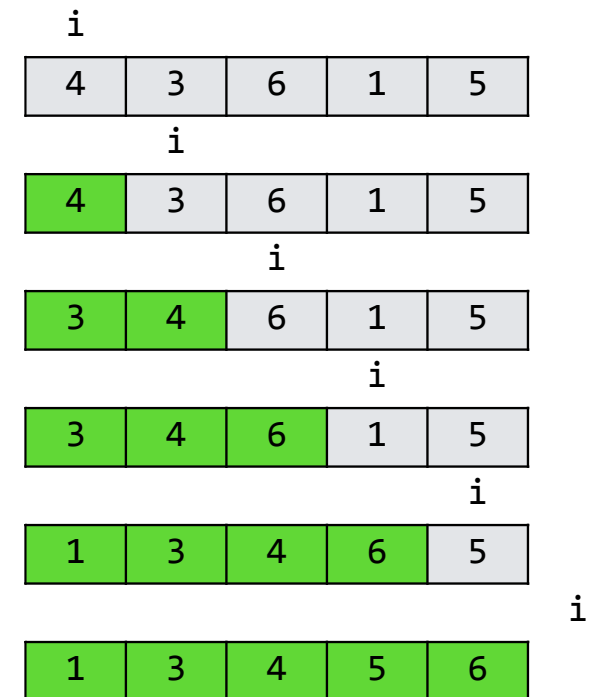
```
void insert(int x, int a[], int n) {  
    while (n > 0 && a[n-1] > x) {  
        a[n] = a[n-1];  
        n--;  
    }  
    a[n] = x;  
}
```

```
void isort(int a[], int n) {  
    if (n == 0) return;  
    isort(a, n-1);  
    insert(a[n-1], a, n-1);  
}
```

# Insertion sort

```
void insert(int x, int a[], int n) {  
    while (n > 0 && a[n-1] > x) {  
        a[n] = a[n-1];  
        n--;  
    }  
    a[n] = x;  
}
```

```
void isort(int a[], int n) {  
    int i;  
    for (i = 0; i < n; i++)  
        insert(a[i], a, i);  
}
```



# Insertion sort

```
void isort(int a[], int n) {  
    int i, j, aux;  
    for (i = 0; i < n; i++) {  
        aux = a[i];  
        for (j = i; j > 0 && a[j-1] > aux; j--) a[j] = a[j-1];  
        a[j] = aux;  
    }  
}
```

# Aula 10

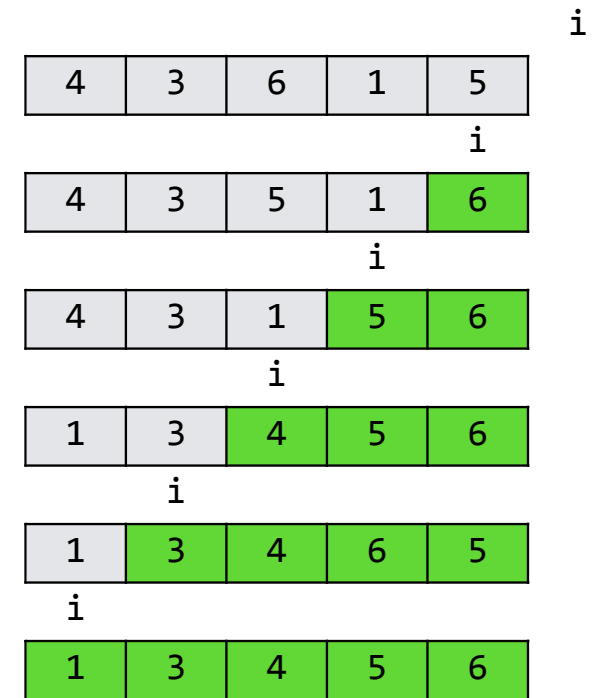
# swap

```
void swap(int a[], int i, int j) {  
    int aux = a[i];  
    a[i] = a[j];  
    a[j] = aux;  
}
```

# Selection sort

```
int max(int a[], int n) {  
    int m = 0, i;  
    for (i = 1; i < n; i++)  
        if (a[i] > a[m]) m = i;  
    return m;  
}
```

```
void ssort(int a[], int n) {  
    int i;  
    for (i = n; i > 0; i--)  
        swap(a, i-1, max(a,i));  
}
```

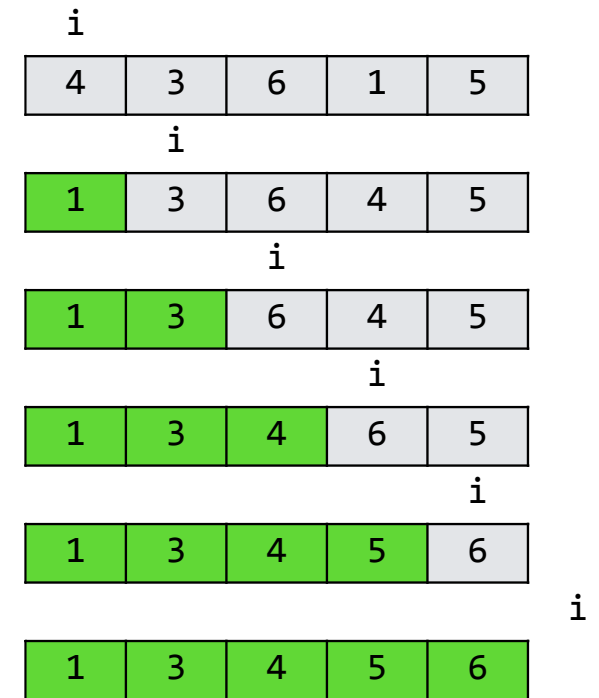


# Selection sort

```
void ssort(int a[], int n) {  
    int i, j, m;  
    for (i = n; i > 0; i--) {  
        m = 0;  
        for (j = 0; j < i; j++)  
            if (a[j] > a[m]) m = j;  
        swap(a, i-1, m);  
    }  
}
```

# Selection sort

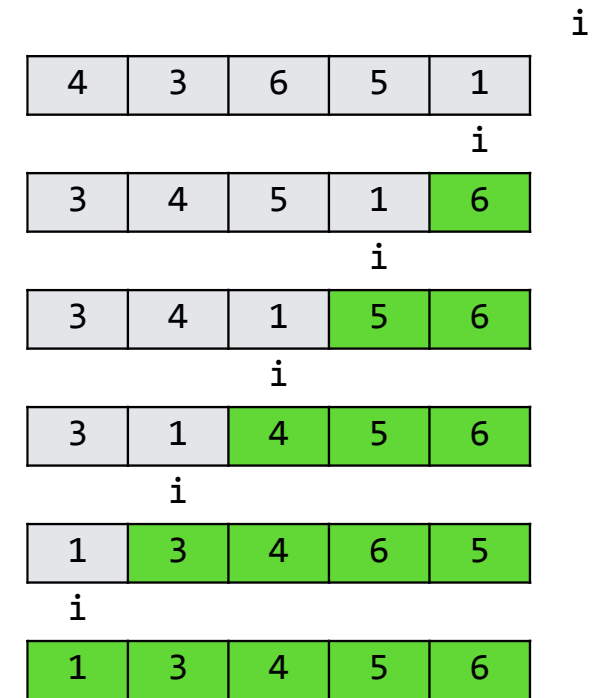
```
void ssort(int a[], int n) {  
    int i, j, m;  
    for (i = 0; i < n; i++) {  
        m = i;  
        for (j = i; j < n; j++)  
            if (a[j] < a[m]) m = j;  
        swap(a, i, m);  
    }  
}
```



# Bubble sort

```
void bubble(int a[], int n) {  
    int i;  
    for (i = 1; i < n; i++)  
        if (a[i-1] > a[i])  
            swap(a, i-1, i);  
}
```

```
void bsort(int a[], int n) {  
    int i;  
    for (i = n; i > 0; i--)  
        bubble(a, i);  
}
```

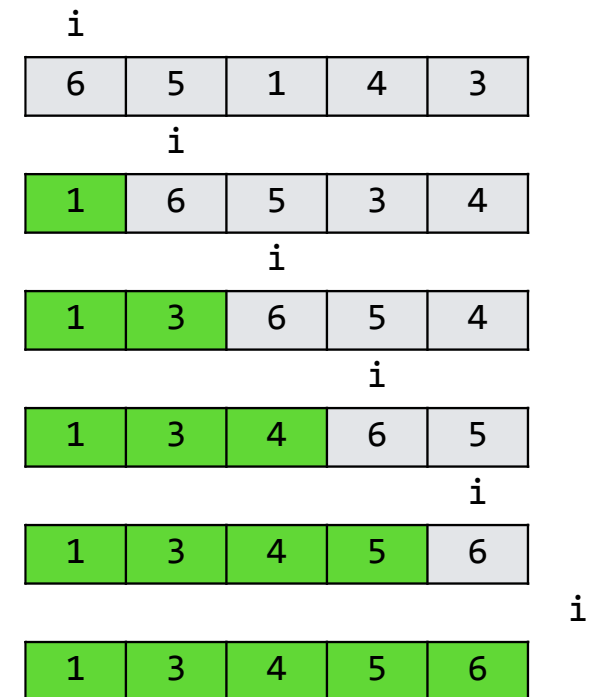


# Bubble sort

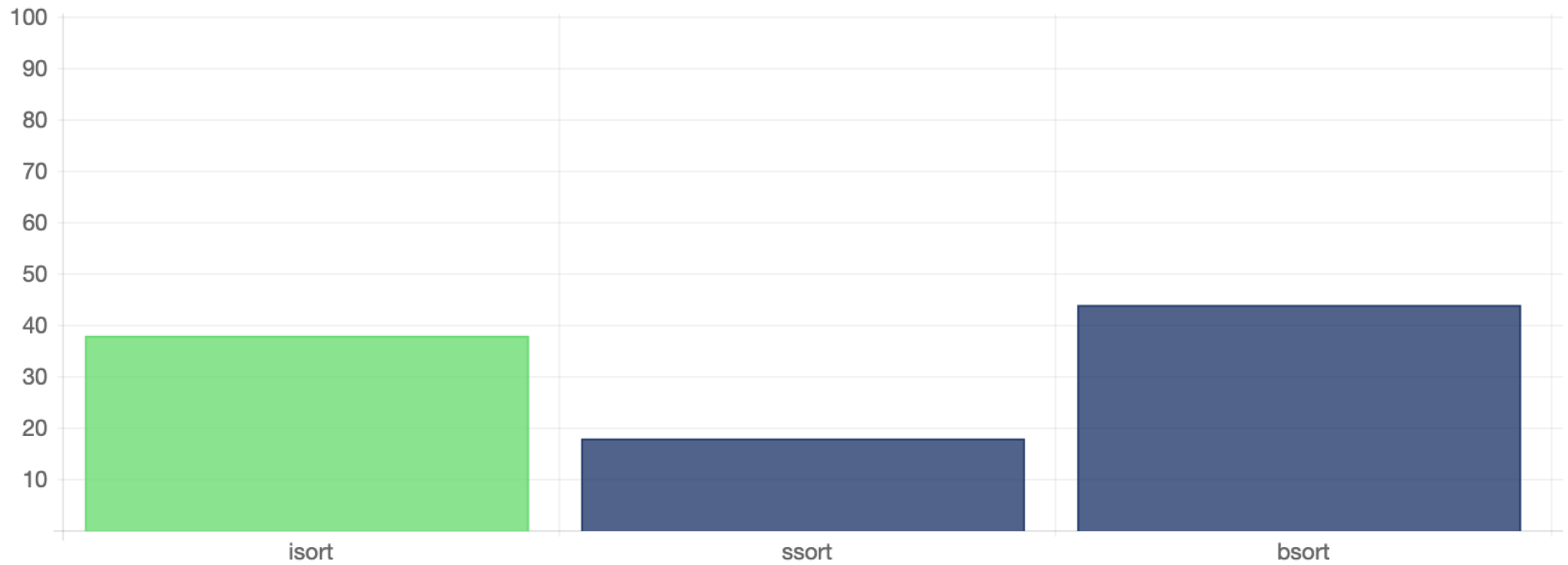
```
void bsort(int a[], int n) {  
    int i, j;  
    for (i = n; i > 0; i--)  
        for (j = 1; j < i; j++)  
            if (a[j-1] > a[j])  
                swap(a, j-1, j);  
}
```

# Sinking sort

```
void bsort(int a[], int n) {  
    int i, j;  
    for (i = 0; i < n; i++)  
        for (j = n-1; j > i; j--)  
            if (a[j-1] > a[j])  
                swap(a, j-1, j);  
}
```



# #15 Qual é mais rápido?



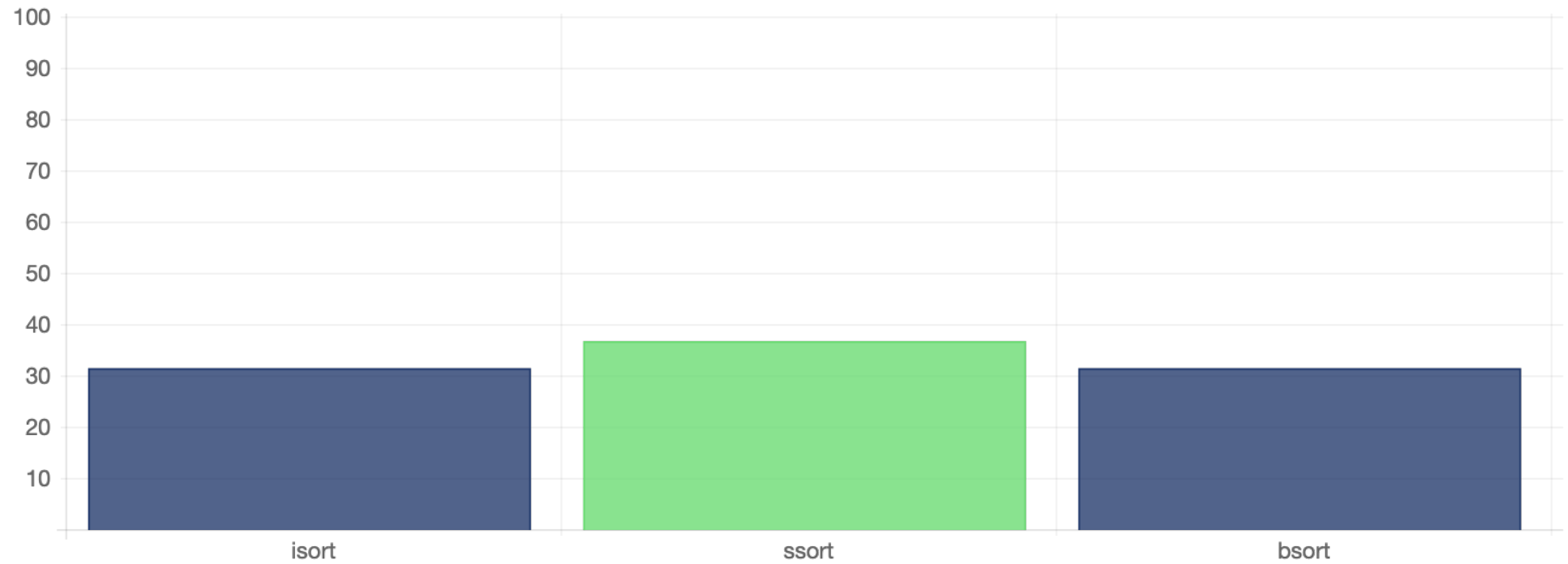
# Aula 11

# #16 Qual faz menos escritas no array?

```
int v[1000];  
for (int i = 0; i < 1000; i++) v[i] = 999-i;  
?sort(v,1000);
```



# #16 Qual faz menos escritas no array?



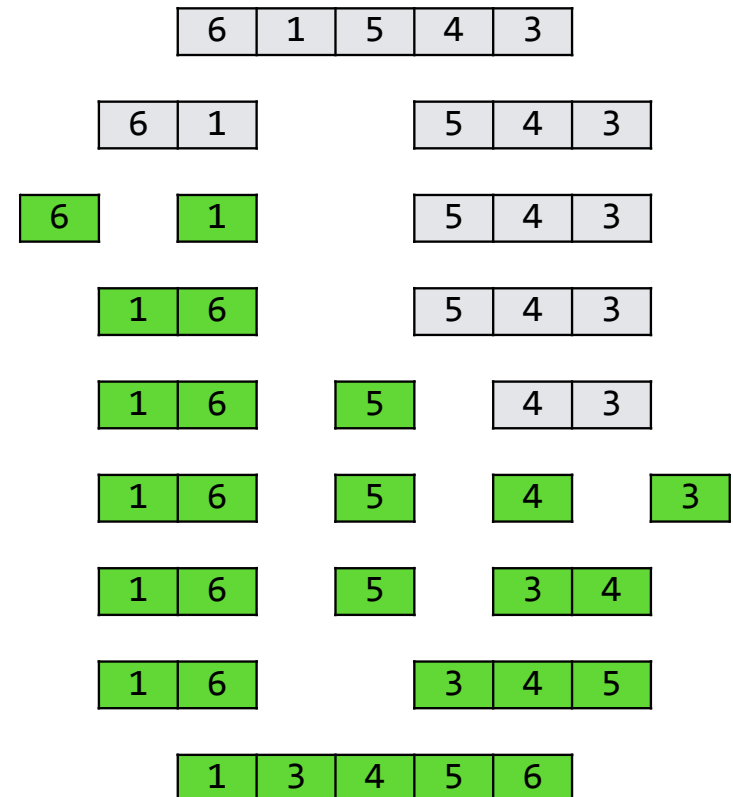
# Merge sort



John von Neumann, 1945

# Merge sort

```
void msort(int a[], int n) {  
    if (n < 2) return;  
    int m = n/2;  
    int aux[n];  
    msort(a, m);  
    msort(a+m, n-m);  
    merge(a, m, a+m, n-m, aux);  
    copy(aux, a, n);  
}
```

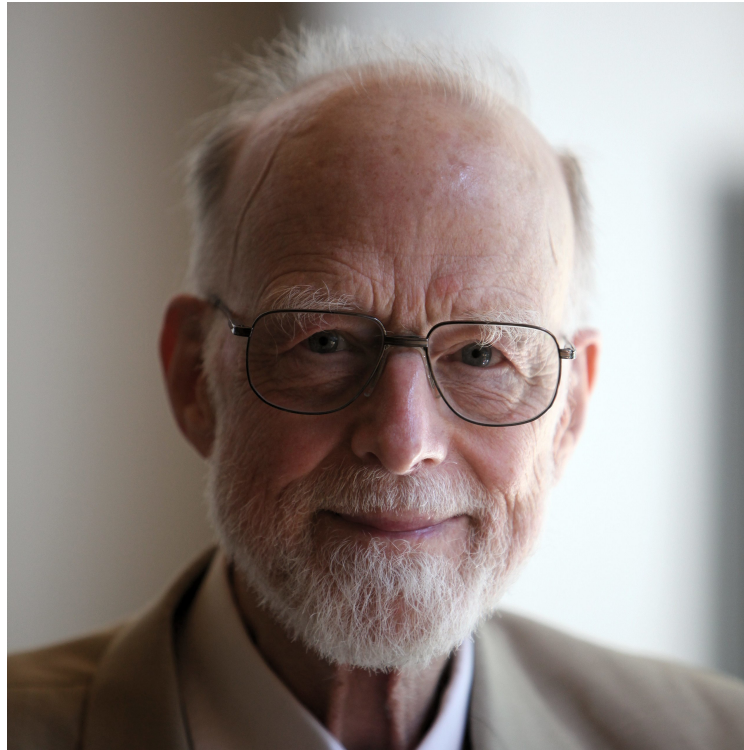


# Merge sort

```
void copy(int a[], int b[], int n) {  
    for (int i = 0; i < n; i++) b[i] = a[i];  
}
```

```
void merge(int a[], int na, int b[], int nb, int r[]) {  
    ...  
}
```

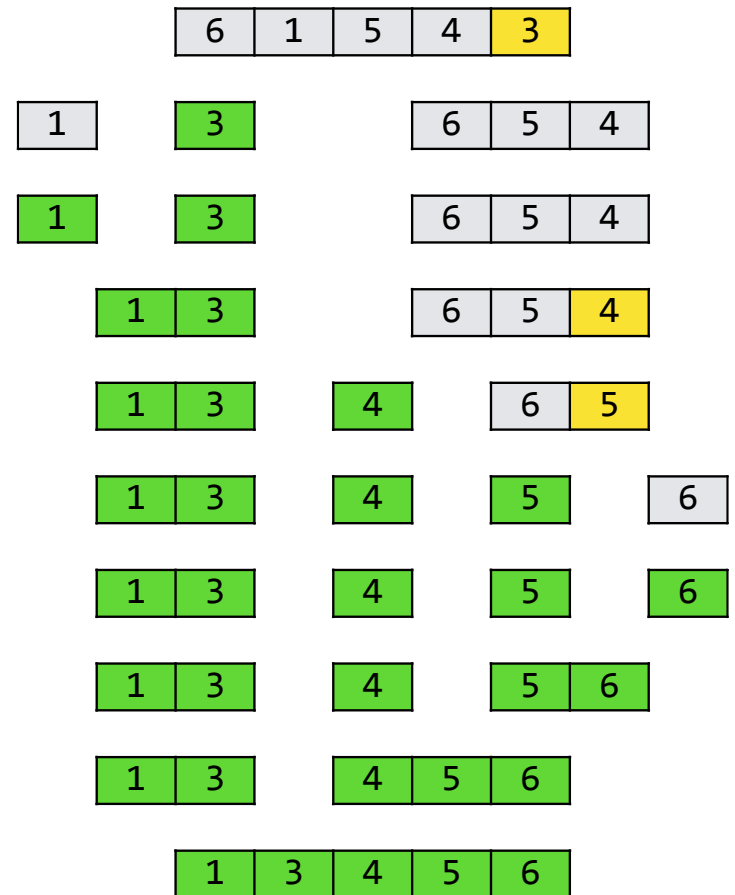
# Quick sort



Tony Hoare, 1959

# Quick sort

```
void qsort(int a[], int n) {  
    if (n < 2) return;  
    int p = partition(a, n-1, a[n-1]);  
    swap(a, p, n-1);  
    qsort(a, p);  
    qsort(a+p+1, n-p-1);  
}
```



# Quick sort

```
int partition(int a[], int n, int x) {  
    ...  
}
```

# Eficiência

| Algoritmo      | Melhor             | Pior               |
|----------------|--------------------|--------------------|
| Insertion sort | $N$                | $N^2$              |
| Selection sort | $N^2$              | $N^2$              |
| Bubble sort    | $N$                | $N^2$              |
| Merge sort     | $N \cdot \log_2 N$ | $N \cdot \log_2 N$ |
| Quick sort     | $N \cdot \log_2 N$ | $N^2$              |



# Counting sort

```
void csort(int a[], int n) {  
    int c[10] = {0};  
    int i, j, k;  
    for (i = 0; i < n; i++) c[a[i]]++;  
    i = 0;  
    for (j = 0; j < 10; j++)  
        for (k = 0; k < c[j]; k++)  
            a[i++] = j;  
}
```

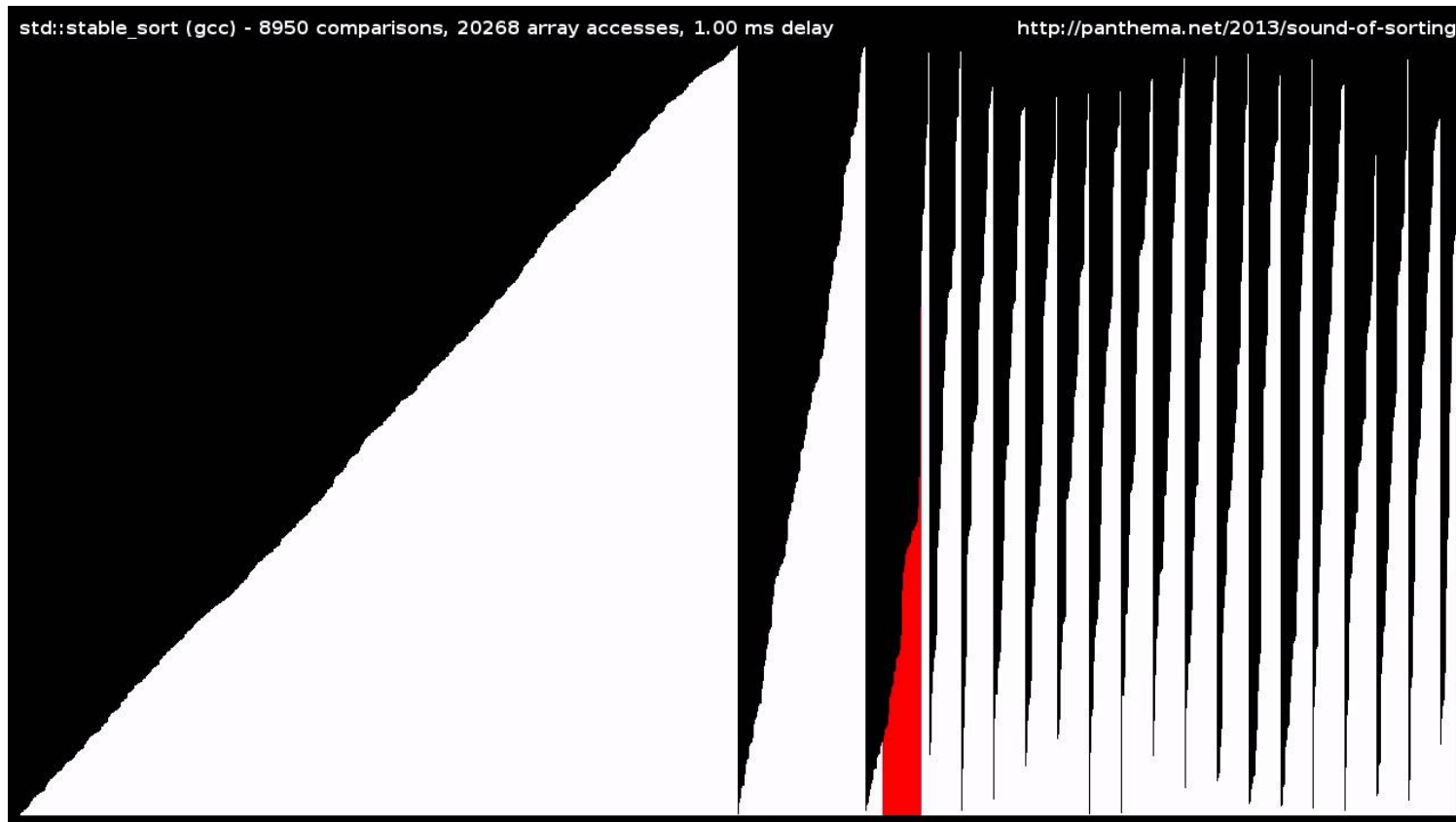
|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

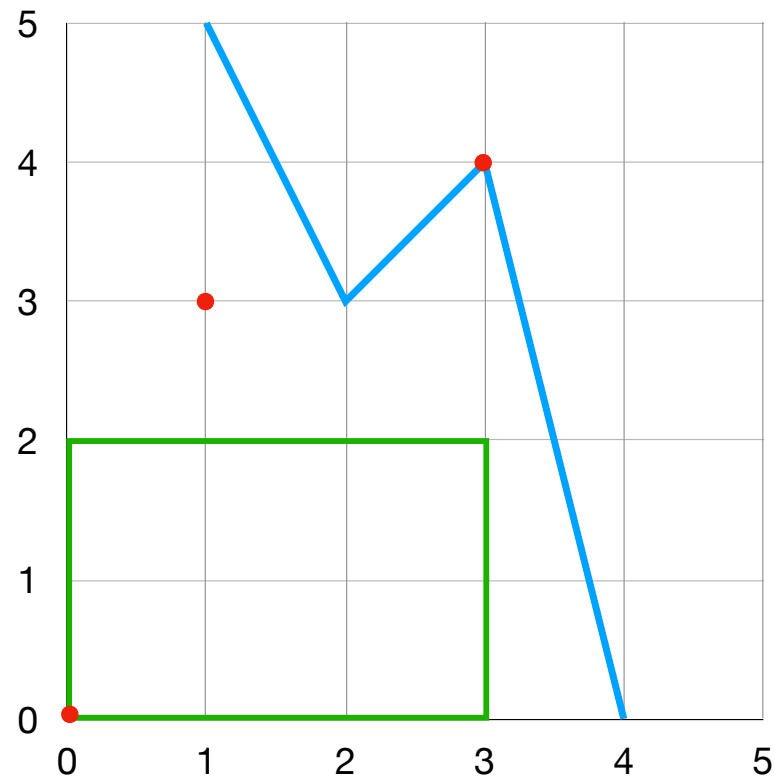
# Let's dance



# The sound of sorting

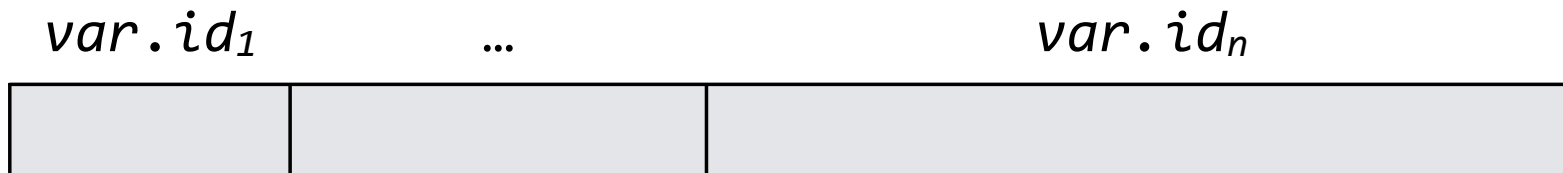


# Pontos, rectângulos e poligonais



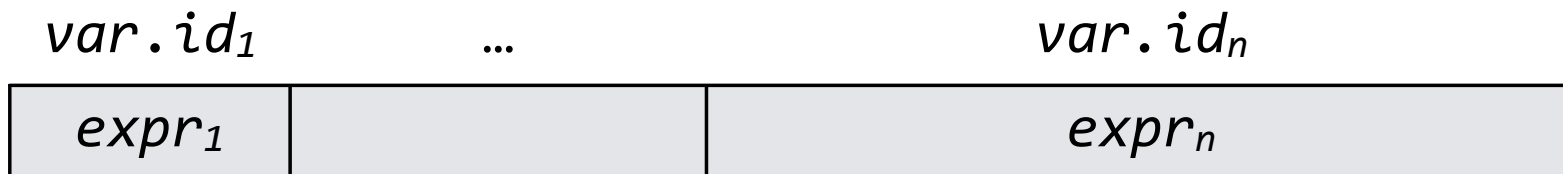
# Declaração de structs

```
struct {  
    tipo1 id1;  
    ...  
    tipon idn;  
} var;
```



# Inicialização de structs

```
struct {  
    tipo1 id1;  
    ...  
    tipon idn;  
} var = {expr1, ..., exprn};
```



# Um ponto

```
struct {  
    float x;  
    float y;  
} o = {0.0, 0.0};
```

| o.x | o.y |
|-----|-----|
| 0.0 | 0.0 |

# Aula 12

# Declaração de um novo tipo struct

```
struct id {  
    tipo1 id1;  
    ...  
    tipon idn;  
};
```

```
struct id var;
```

# Pontos, retângulos e poligonais

```
struct ponto {  
    float x;  
    float y;  
};
```

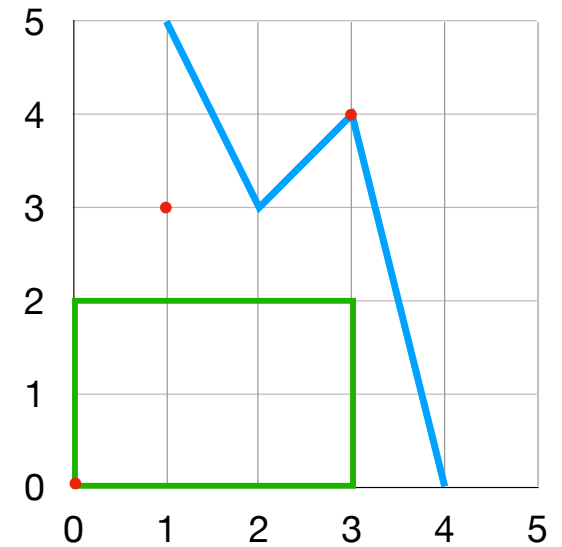
```
struct retangulo {  
    struct ponto pt1, pt2;  
};
```

```
#define MAX 100
```

```
struct poligonal {  
    int tamanho;  
    struct ponto pontos[MAX];  
};
```

# Pontos, retângulos e poligonais

```
struct ponto o = {0,0};  
struct ponto a = {1,3};  
struct ponto b = {3,4};  
struct retangulo r = {o, {3,2}};  
struct poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}, b, {4,0}}};
```

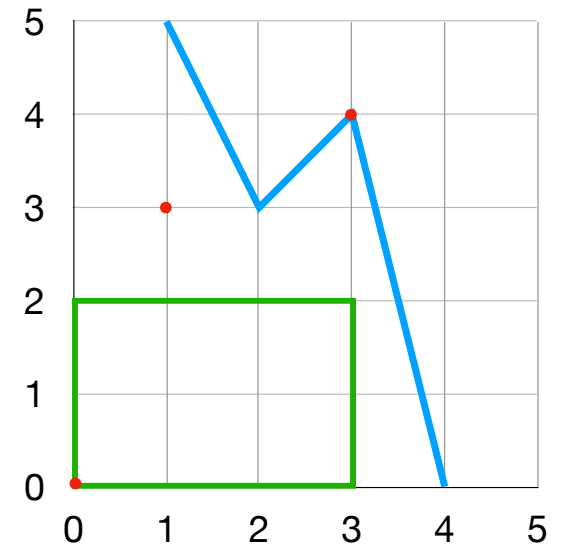


# Operações com structs

- Pode-se aceder aos membros
- Podem-se copiar na totalidade
  - Em particular, são copiadas quando passadas a ou devolvidas por funções
- Não se podem comparar directamente
  - Tem que se comparar os membros

# Pontos, retângulos e poligonais

```
struct ponto o = {0,0};  
struct ponto a = {1,3};  
struct ponto b;  
b.x = 3;  
b.y = 4;  
struct retangulo r;  
r.pt1 = o;  
r.pt2.x = b.x;  
r.pt2.y = 2;  
struct poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}}};  
l.pontos[2] = b;  
l.pontos[3].x = 4;  
l.pontos[3].y = 0;
```



# Sinónimos de tipos

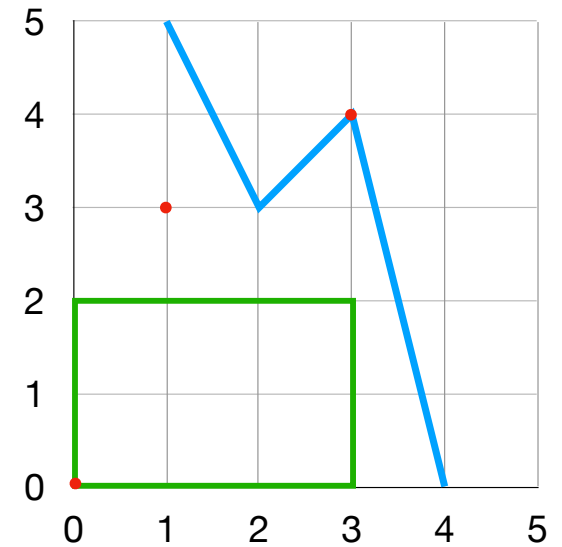
```
typedef tipo id;
```

# Pontos, retângulos e poligonais

```
struct pt {  
    float x;  
    float y;  
};  
typedef struct pt ponto;  
  
typedef struct {  
    ponto pt1, pt2;  
} retangulo;  
  
#define MAX 100  
  
struct poligonal {  
    int tamanho;  
    ponto pontos[MAX];  
};  
typedef struct poligonal poligonal;
```

# Pontos, retângulos e poligonais

```
ponto o = {0,0};  
ponto a = {1,3};  
ponto b;  
b.x = 3;  
b.y = 4;  
retangulo r;  
r.pt1 = o;  
r.pt2.x = b.x;  
r.pt2.y = 2;  
poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}}};  
l.pontos[2] = b;  
l.pontos[3].x = 4;  
l.pontos[3].y = 0;
```

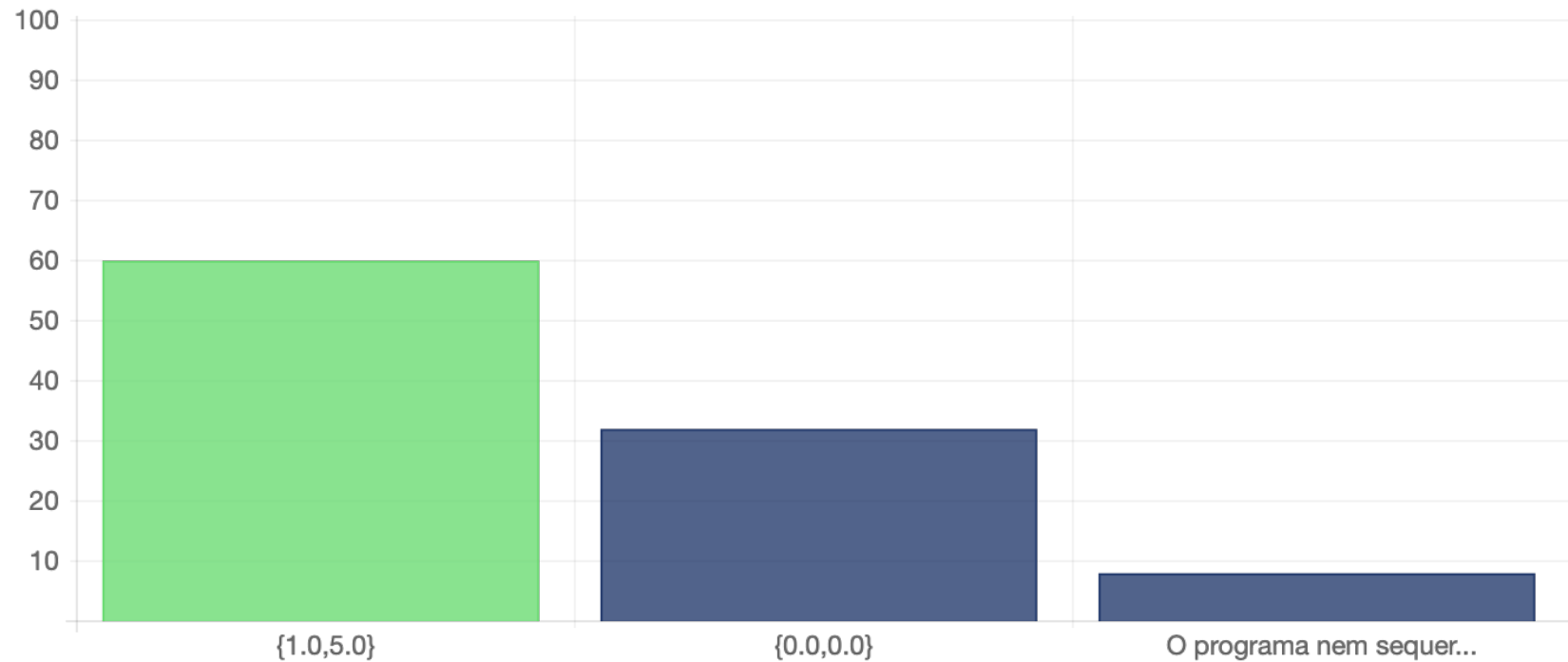


# #17 Qual o primeiro ponto de m no final?

```
ponto o = {0,0};  
poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}, {3,4}, {4,0}}};  
poligonal m = l;  
l.pontos[0] = o;  
printf("{%.1f,%.1f}\n", m.pontos[0].x, m.pontos[0].y);
```



# #17 Qual o primeiro ponto de m no final?



# Distância entre dois pontos

```
#include <math.h>
```

```
float dist(ponto a, ponto b) {  
    return sqrt(pow(a.x - b.x, 2) + pow(a.y - b.y, 2));  
}
```

```
int main() {  
    ponto o = {0,0}, a = {1,3};  
    printf("%.2f\n",dist(o,a));  
    return 0;  
}
```

# Área de um retângulo

```
#include <math.h>
```

```
float area(rectangulo r) {  
    return fabs(r.pt1.x - r.pt2.x) * fabs(r.pt1.y - r.pt2.y);  
}
```

```
int main() {  
    rectangulo r = {{0,0}, {3,2}};  
    printf("%.2f\n",area(r));  
    return 0;  
}
```

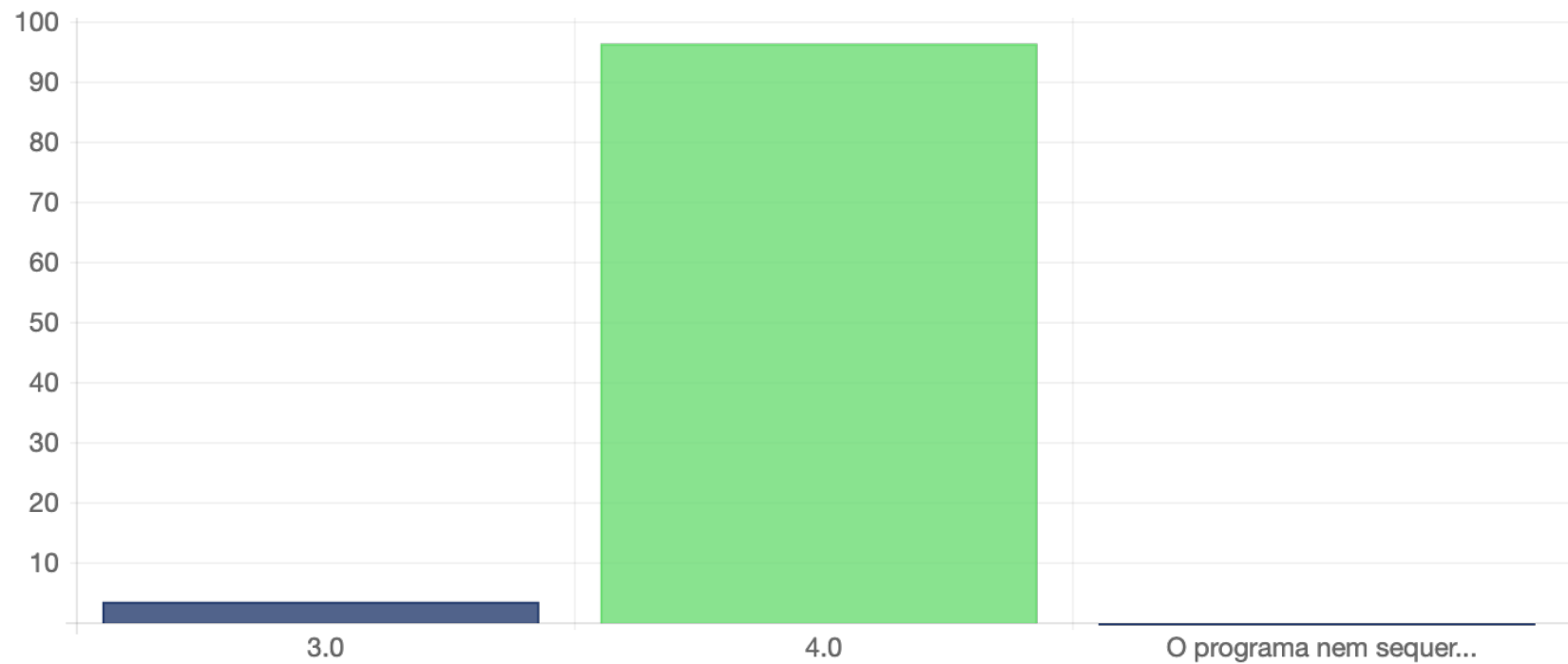
# #18 Qual a área de q?

```
rectangulo figura(ponto p, float d) {  
    rectangulo r = {p, {p.x + d, p.y + d}};  
    return r;  
}
```

```
int main() {  
    ponto a = {1,3};  
    rectangulo q = figura(a, 2);  
    printf("%.1f\n", area(q));  
    return 0;  
}
```



# #18 Qual a área de $q$ ?



# Poligonais coloridas

```
#define RED 0
#define GREEN 1
#define BLUE 2

#define MAX 100

struct poligonal {
    int tamanho;
    ponto pontos[MAX];
    int cor;
};
typedef struct poligonal poligonal;
```

# Poligonais coloridas

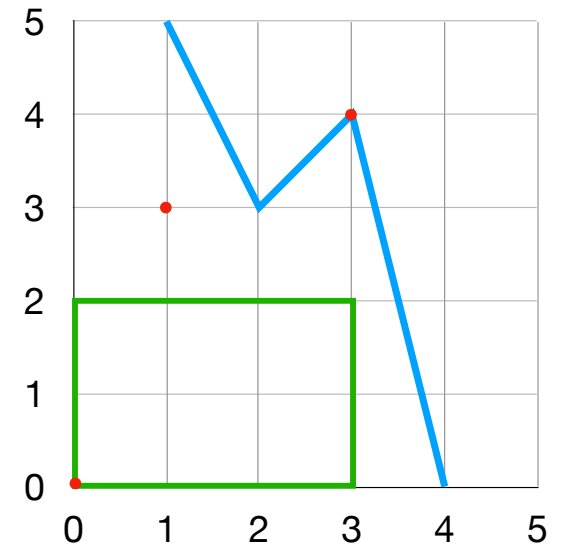
ponto a = {1,5};

ponto b = {2,3};

ponto c = {3,4};

ponto d = {4,0};

poligonal l = {4, {a,b,c,d}, BLUE};



# Declaração de um novo tipo enum

```
enum id {  
    id1,  
    ...  
    idn  
};
```

```
enum id var;
```

# Poligonais coloridas

```
enum cor {RED, GREEN, BLUE};  
typedef enum cor cor;  
  
#define MAX 100  
  
struct poligonal {  
    int tamanho;  
    ponto pontos[MAX];  
    cor cor;  
};  
typedef struct poligonal poligonal;
```

# Poligonais coloridas

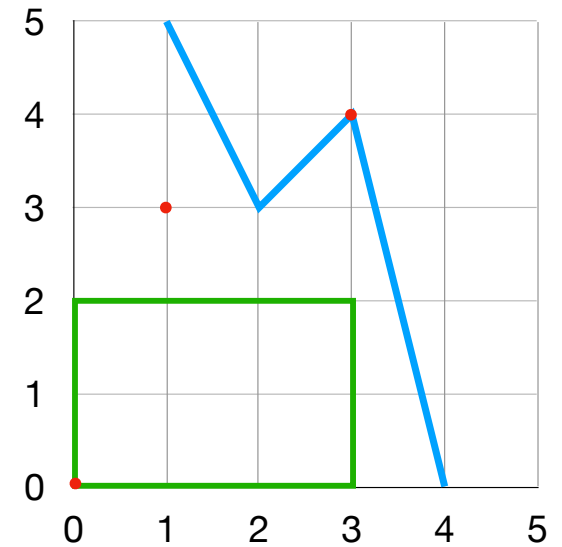
**ponto a** = {1,5};

**ponto b** = {2,3};

**ponto c** = {3,4};

**ponto d** = {4,0};

**poligonal l** = {4, {a,b,c,d}, BLUE};



# Comprimento de uma poligonal

```
float comprimento(poligonal l) {  
    float r = 0;  
    for (int i = 1; i < l.tamanho; i++)  
        r += dist(l.pontos[i-1], l.pontos[i]);  
    return r;  
}
```

```
int main() {  
    poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}, {3,4}, {4,0}}, BLUE};  
    printf("%.1f\n", comprimento(l));  
    return 0;  
}
```



# Comprimento de uma poligonal

```
float comprimento(poligonal *l) {  
    float r = 0;  
    for (int i = 1; i < (*l).tamanho; i++)  
        r += dist((*l).pontos[i-1], (*l).pontos[i]);  
    return r;  
}  
  
int main() {  
    poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}, {3,4}, {4,0}}, BLUE};  
    printf("%.1f\n", comprimento(&l));  
    return 0;  
}
```

# Acesso a membro via apontador

$(*var).id$

$==$

$var \rightarrow id$

# Comprimento de uma poligonal

```
float comprimento(poligonal *l) {  
    float r = 0;  
    for (int i = 1; i < l->tamanho; i++)  
        r += dist(l->pontos[i-1], l->pontos[i]);  
    return r;  
}  
  
int main() {  
    poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}, {3,4}, {4,0}}, BLUE};  
    printf("%.1f\n", comprimento(&l));  
    return 0;  
}
```

# Estender uma poligonal

```
int estende(poligonal *l, ponto p) {  
    if (l->tamanho == MAX) return 1;  
    l->pontos[l->tamanho] = p;  
    l->tamanho++;  
    return 0;  
}
```

```
int main() {  
    ponto o = {0,0};  
    poligonal l = {4, {{1,5}, {2,3}, {3,4}, {4,0}}, BLUE};  
    estende(&l, o);  
    printf("%.1f\n", comprimento(&l));  
    return 0;  
}
```



# Aula 13

# Arrays dinâmicos

- Arrays que crescem ou diminuem conforme a necessidade de espaço
- Suportados nativamente em muitas linguagens modernas
  - Java (`ArrayList`), C++ (`std::vector`), Python (`list`), ...
- Tipicamente, quando ficam cheios duplicam a capacidade
  - Operação pouco eficiente, mas executada poucas vezes
- C não tem suporte nativo para arrays dinâmicos
  - Mas podem ser implementados com operações explícitas de gestão de memória

# malloc e free

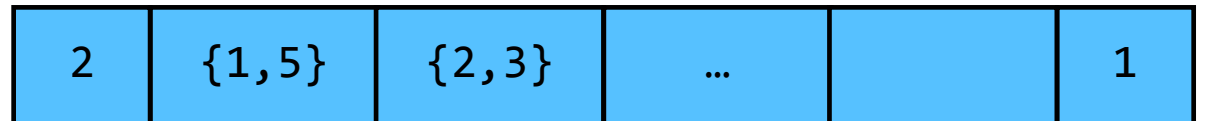
- A função `malloc` aloca (reserva) um dado número de bytes na *heap*
  - Devolve um apontador para o primeiro byte alocado
  - Os bytes alocados são contíguos
  - Devolve o apontador `NULL` se não foi possível alocar
  - Deve ser usada a primitiva `sizeof` para calcular o número de bytes a alocar
- A função `free` liberta espaço previamente alocado
- Declaradas na biblioteca `<stdlib.h>`

# Poligonal com array na *stack*

```
#define MAX 100
```

```
typedef struct {  
    int tamanho;  
    ponto pontos[MAX];  
    cor cor;  
} poligonal;
```

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.tamanho = 0;  
    l.cor = GREEN;  
    extende(&l,a);  
    extende(&l,b);  
    return 0;  
}
```

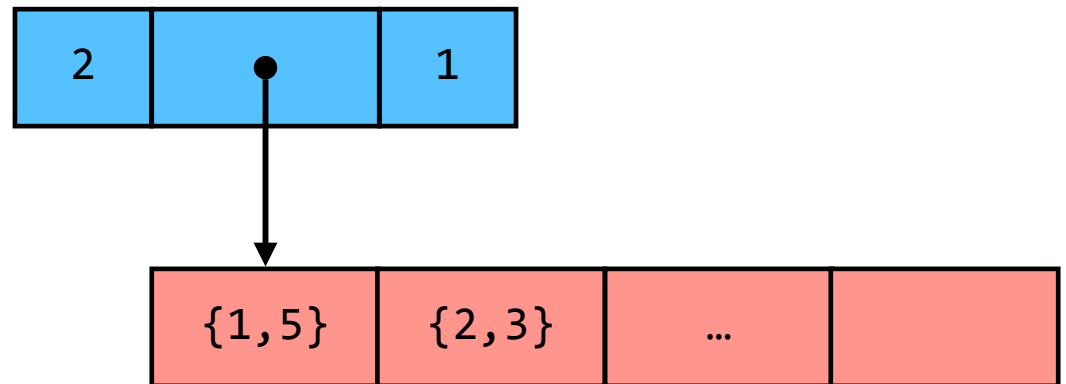


# Poligonal com array na *heap*

```
#define MAX 100
```

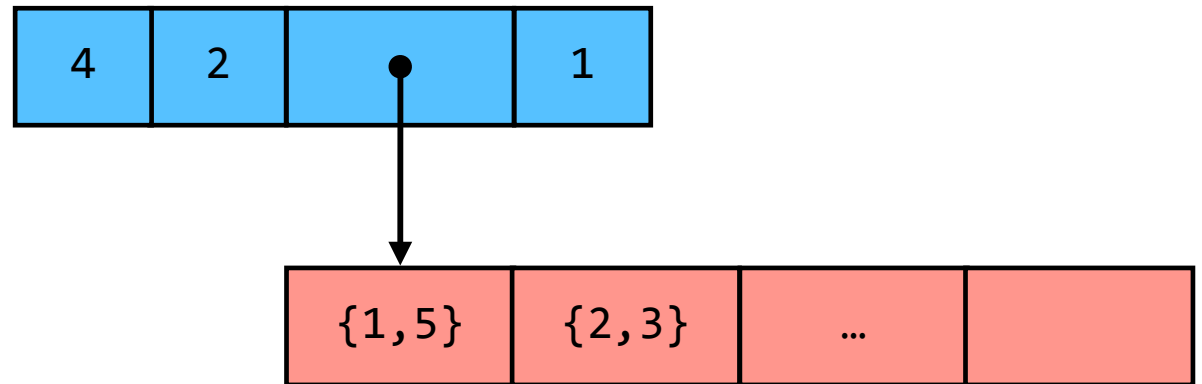
```
typedef struct {  
    int tamanho;  
    ponto *pontos;  
    cor cor;  
} poligonal;
```

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.tamanho = 0;  
    l.cor = GREEN;  
    l.pontos = malloc(sizeof(ponto) * MAX);  
    extende(&l,a);  
    extende(&l,b);  
    free(l.pontos);  
    return 0;  
}
```



# Poligonal com array dinâmico

```
typedef struct {  
    int capacidade;  
    int tamanho;  
    ponto *pontos;  
    cor cor;  
} poligonal;
```



# aloca e liberta

```
#define MIN 1
```

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->capacidade = MIN;  
    l->tamanho = 0;  
    l->cor = c;  
    l->pontos = malloc(l->capacidade * sizeof(ponto));  
    if (l->pontos == NULL) return 1;  
    else return 0;  
}
```

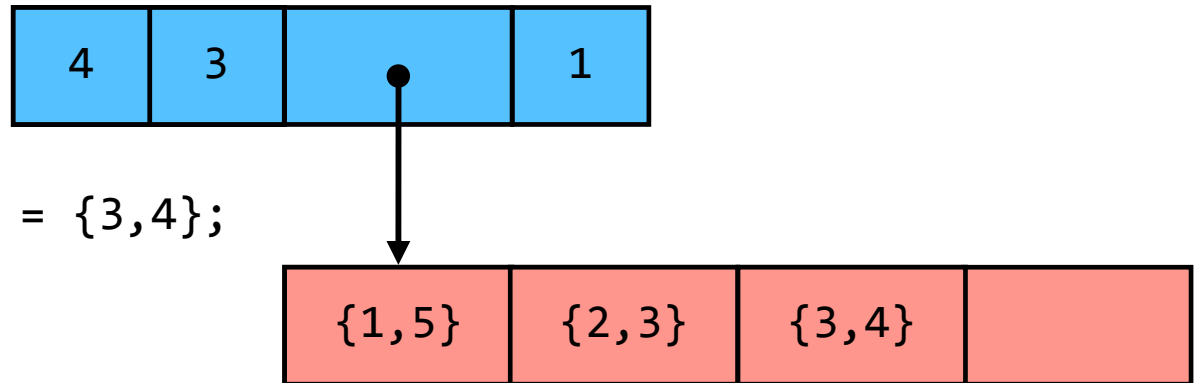
```
void liberta(poligonal *l) {  
    free(l->pontos);  
}
```

# estende

```
int estende(poligonal *l, ponto p) {  
    if (l->tamanho == l->capacidade) {  
        ponto *new = malloc(2 * l->capacidade * sizeof(ponto));  
        if (new == NULL) return 1;  
        for (int i = 0; i < l->tamanho; i++) new[i] = l->pontos[i];  
        free(l->pontos);  
        l->pontos = new;  
        l->capacidade *= 2;  
    }  
    l->pontos[l->tamanho] = p;  
    l->tamanho++;  
    return 0;  
}
```

# Poligonal com array dinâmico

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3}, c = {3,4};  
    poligonal l;  
    aloca(&l, GREEN);  
    estende(&l, a);  
    estende(&l, b);  
    estende(&l, c);  
    liberta(&l);  
    return 0;  
}
```



# realloc

- A função `realloc` permite alterar o tamanho do espaço alocado
  - Recebe um apontador para o espaço actual e o novo tamanho desejado
  - Tenta primeiro alocar o espaço adicional depois do espaço actual
  - Se não for possível aloca numa nova zona da *heap*, transfere o conteúdo e liberta o espaço anterior
  - Se também não for possível devolve NULL
  - Neste caso não liberta o espaço anterior

# estende

```
int estende(poligonal *l, ponto p) {  
    if (l->tamanho == l->capacidade) {  
        ponto *new = realloc(l->pontos, 2 * l->capacidade * sizeof(ponto));  
        if (new == NULL) return 1;  
        l->pontos = new;  
        l->capacidade *= 2;  
    }  
    l->pontos[l->tamanho] = p;  
    l->tamanho++;  
    return 0;  
}
```

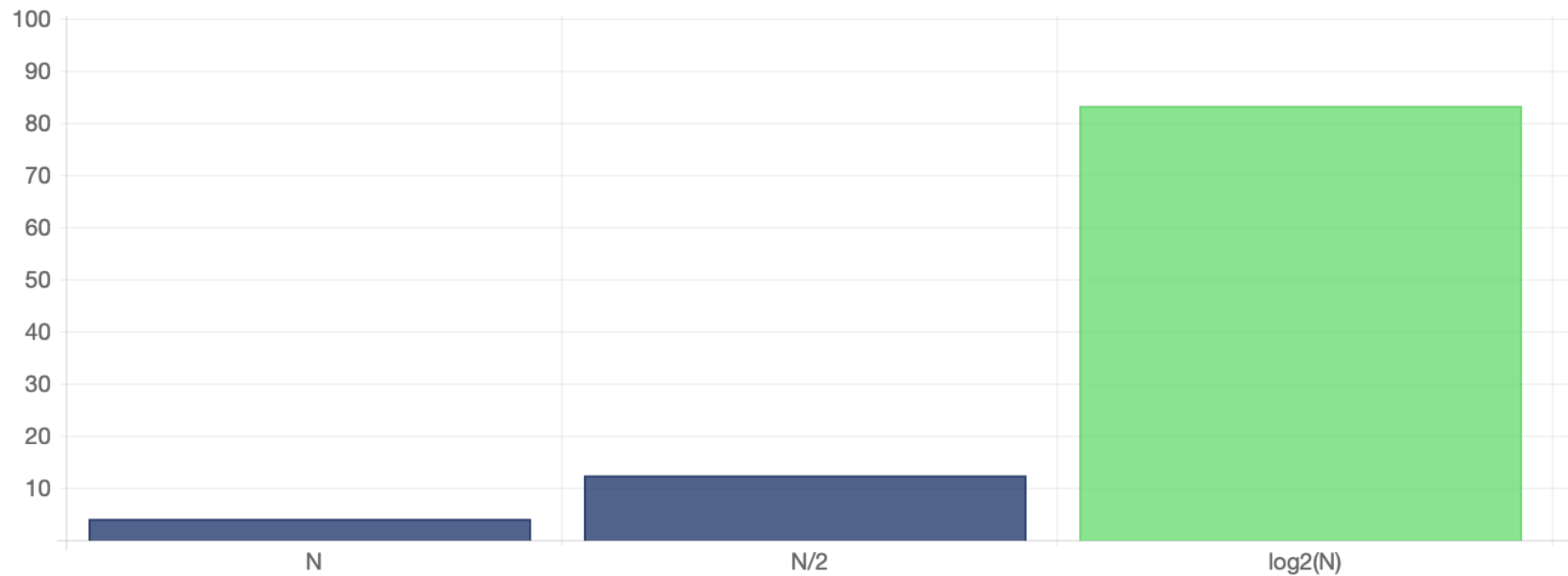
## #19 Aproximadamente, quantos reallocs serão feitos?

```
#define N ...
```

```
int main() {  
    ponto p;  
    poligonal l;  
    aloca(&l, GREEN);  
    for (int i = 0; i < N; i++) {  
        p.x = i; p.y = i;  
        estende(&l, p);  
    }  
    liberta(&l);  
    return 0;  
}
```



# #19 Aproximadamente, quantos reallocs serão feitos?

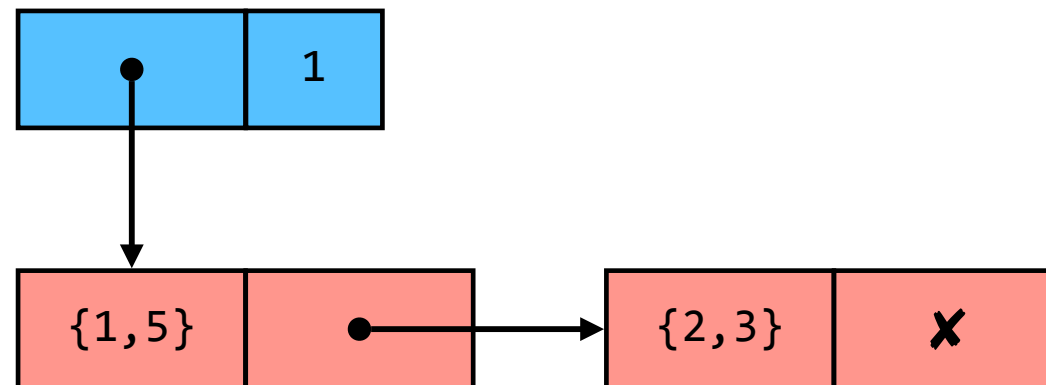
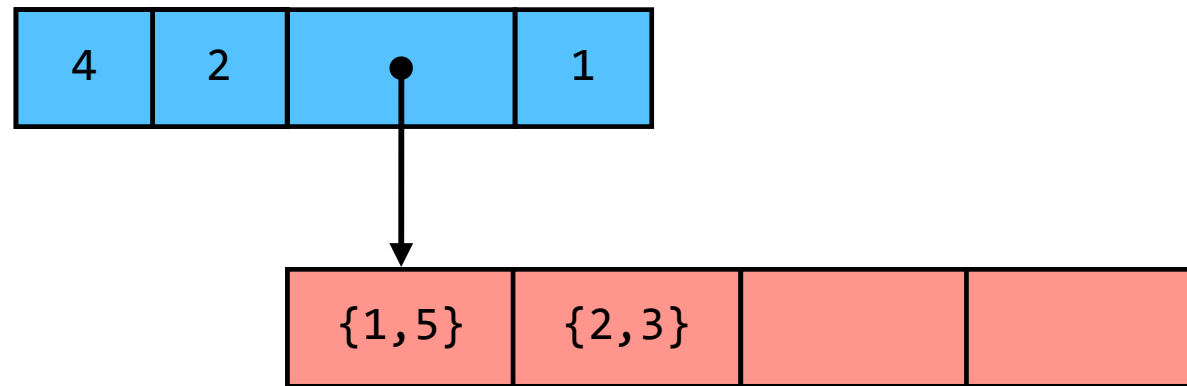


# Arrays dinâmicos

- Permitem implementar arrays de tamanho variável
- Com operações de leitura e escrita muito eficientes, tal como nos arrays normais
- Mas com uma operação ocasional de redimensionamento pouco eficiente
- E também podem ter muito espaço desperdiçado
- Existem outras estruturas de dados dinâmicas com operações cuja eficiência pode ser mais previsível
- E com espaço ocupado proporcional ao tamanho do conteúdo

# Aula 14

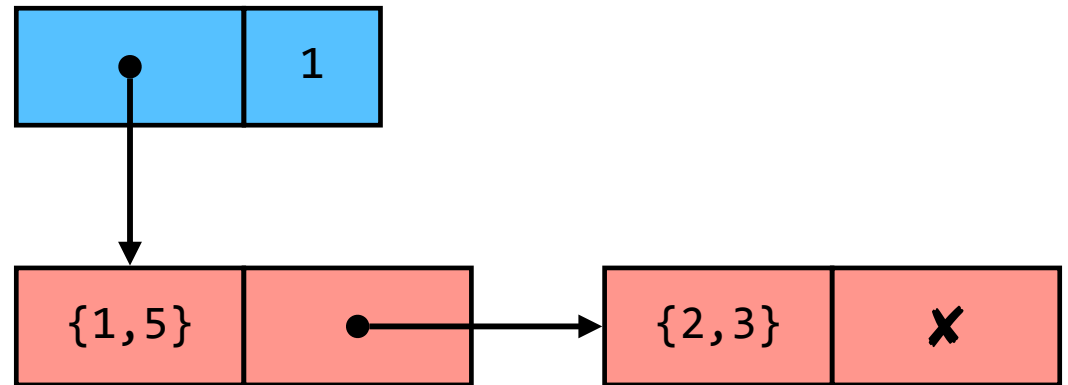
# Arrays dinâmicos vs Listas ligadas



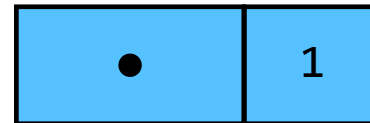
# Poligonal com lista ligada

```
typedef struct lponto_no {  
    ponto ponto;  
    struct lponto_no *prox;  
} *lponto;
```

```
typedef struct {  
    lponto pontos;  
    cor cor;  
} poligonal;
```



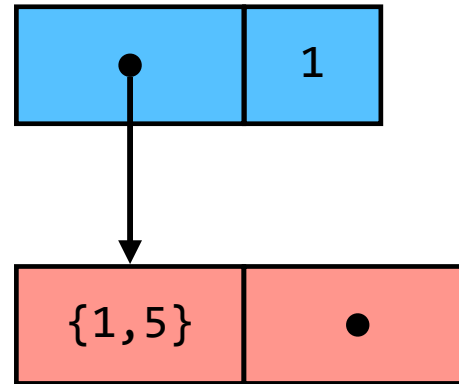
# Poligonal com lista ligada



```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.cor = GREEN;  
    l.pontos = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->ponto = a;  
    l.pontos->prox = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->prox->ponto = b;  
    l.pontos->prox->prox = NULL;  
    free(l.pontos->prox);  
    free(l.pontos);  
    return 0;  
}
```

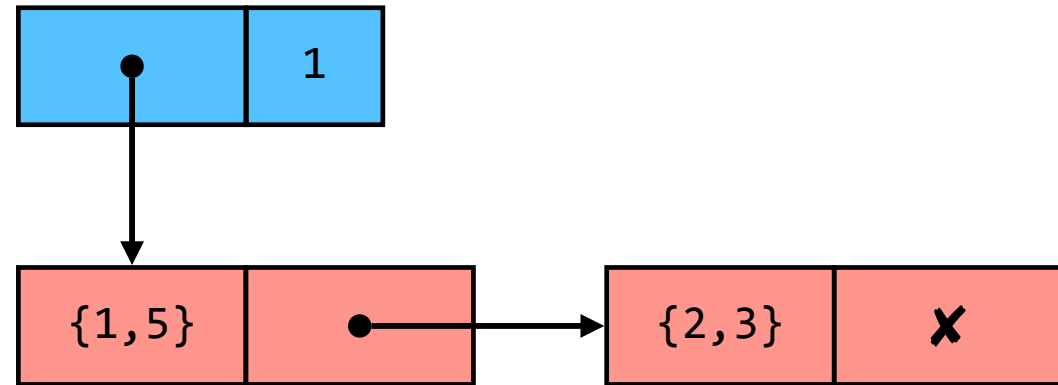
# Poligonal com lista ligada

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.cor = GREEN;  
    l.pontos = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->ponto = a;  
    l.pontos->prox = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->prox->ponto = b;  
    l.pontos->prox->prox = NULL;  
    free(l.pontos->prox);  
    free(l.pontos);  
    return 0;  
}
```



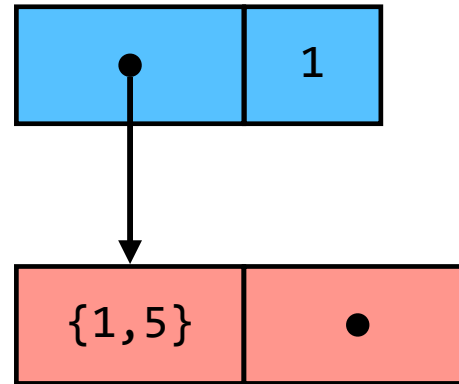
# Poligonal com lista ligada

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.cor = GREEN;  
    l.pontos = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->ponto = a;  
    l.pontos->prox = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->prox->ponto = b;  
    l.pontos->prox->prox = NULL;  
    free(l.pontos->prox);  
    free(l.pontos);  
    return 0;  
}
```

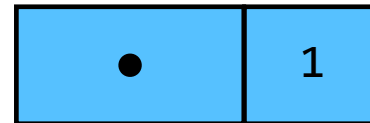


# Poligonal com lista ligada

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.cor = GREEN;  
    l.pontos = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->ponto = a;  
    l.pontos->prox = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->prox->ponto = b;  
    l.pontos->prox->prox = NULL;  
    free(l.pontos->prox);  
    free(l.pontos);  
    return 0;  
}
```

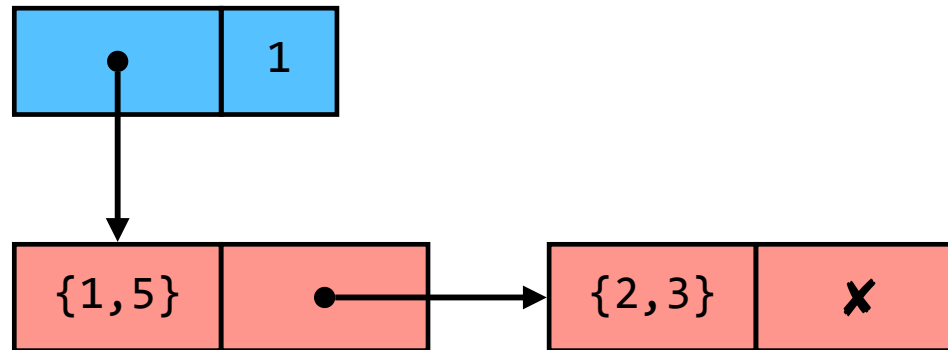


# Poligonal com lista ligada



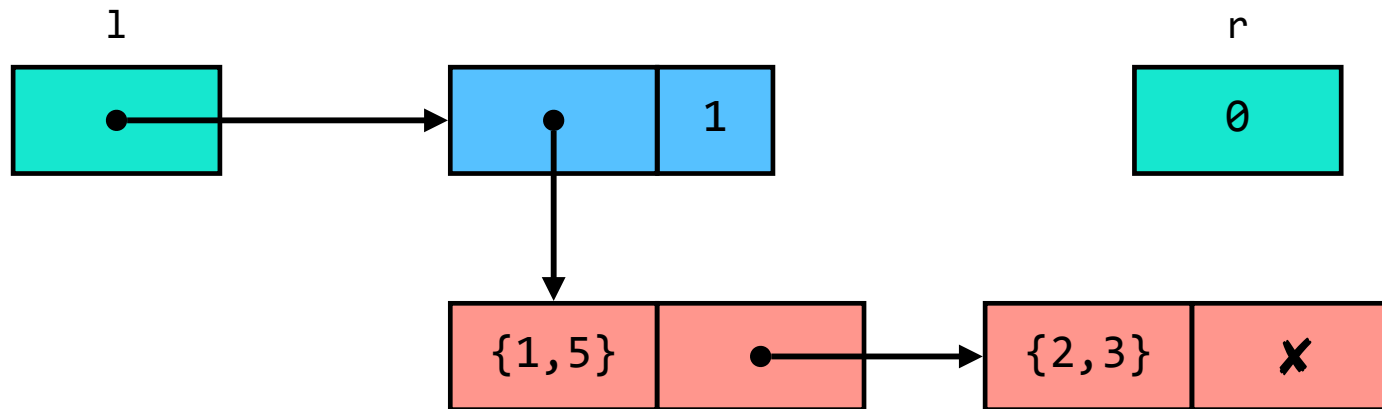
```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3};  
    poligonal l;  
    l.cor = GREEN;  
    l.pontos = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->ponto = a;  
    l.pontos->prox = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    l.pontos->prox->ponto = b;  
    l.pontos->prox->prox = NULL;  
    free(l.pontos->prox);  
    free(l.pontos);  
    return 0;  
}
```

# tamanho



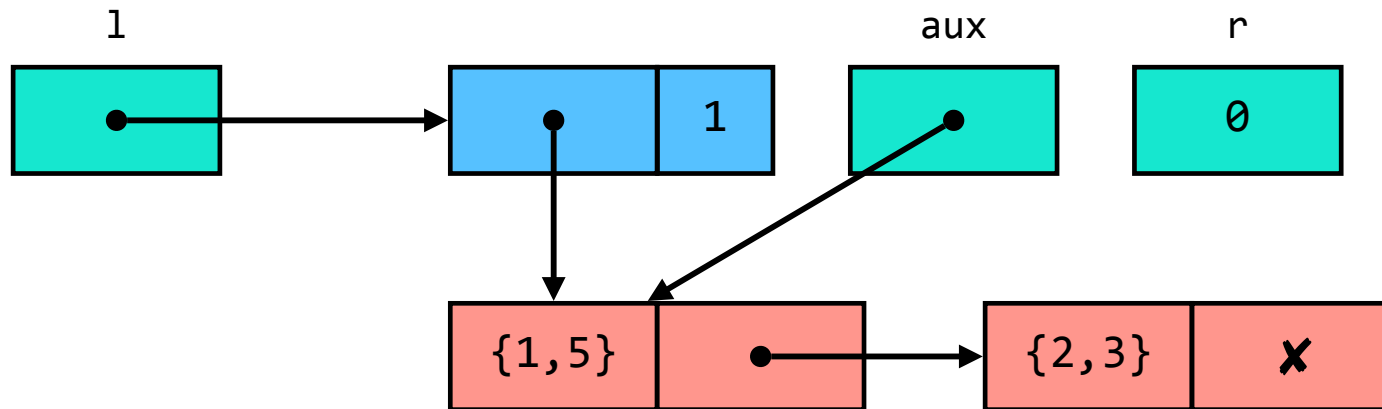
```
int tamanho(poligonal *l) {  
    int r = 0;  
    for (lponto aux = l->pontos; aux != NULL; aux = aux->prox) r++;  
    return r;  
}
```

# tamanho



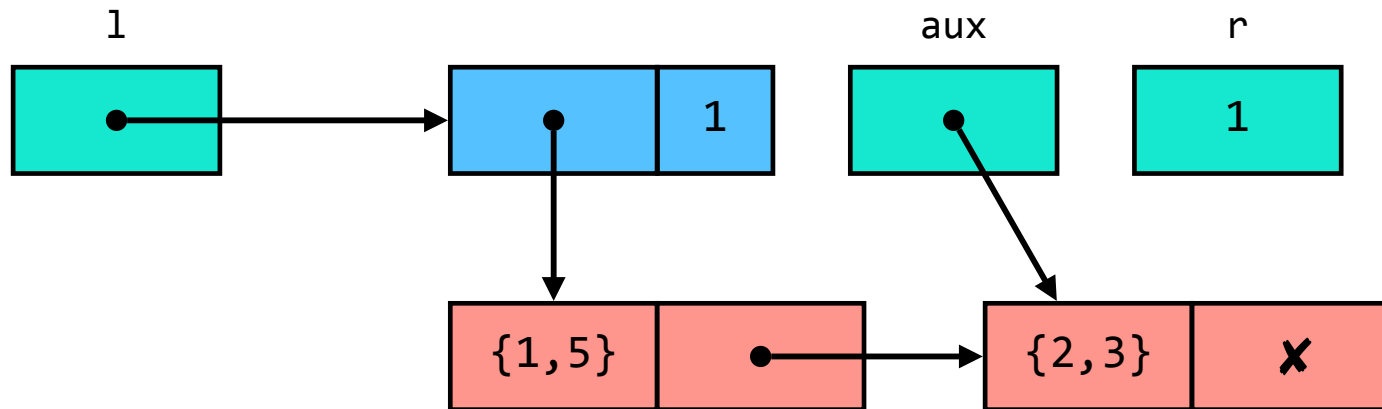
```
int tamanho(poligonal *l) {  
    int r = 0;  
    for (lponto aux = l->pontos; aux != NULL; aux = aux->prox) r++;  
    return r;  
}
```

# tamanho



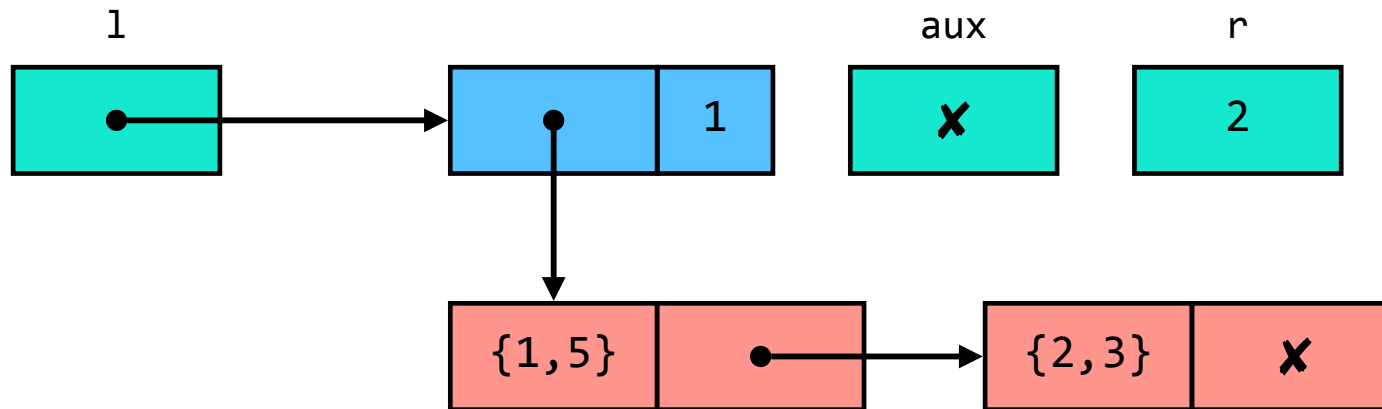
```
int tamanho(poligonal *l) {  
    int r = 0;  
    for (lponto aux = l->pontos; aux != NULL; aux = aux->prox) r++;  
    return r;  
}
```

# tamanho



```
int tamanho(poligonal *l) {  
    int r = 0;  
    for (lponto aux = l->pontos; aux != NULL; aux = aux->prox) r++;  
    return r;  
}
```

# tamanho



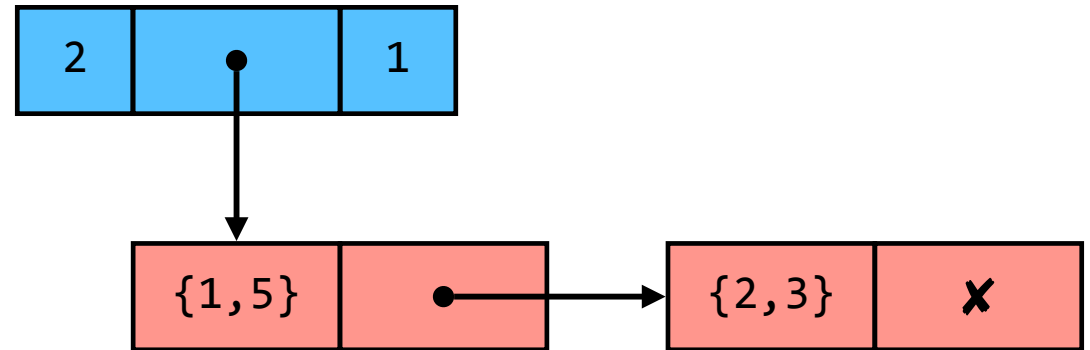
```
int tamanho(poligonal *l) {  
    int r = 0;  
    for (lponto aux = l->pontos; aux != NULL; aux = aux->prox) r++;  
    return r;  
}
```



# Poligonal com lista ligada

```
typedef struct lponto_no {  
    ponto ponto;  
    struct lponto_no *prox;  
} *lponto;
```

```
typedef struct {  
    int tamanho;  
    lponto pontos;  
    cor cor;  
} poligonal;
```



# tamanho

```
int tamanho(poligonal *l) {  
    return l->tamanho;  
}
```

# Aula 15

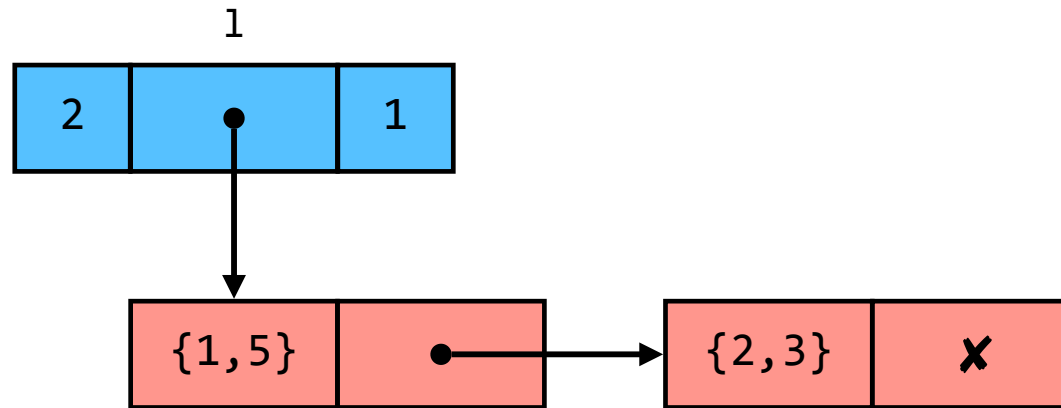
# comprimento

```
float comprimento(poligonal *l) {  
    float r = 0;  
    if (l->pontos == NULL) return r;  
    for (lponto aux = l->pontos; aux->prox != NULL; aux = aux->prox)  
        r += dist(aux->ponto, aux->prox->ponto);  
    return r;  
}
```

# estende

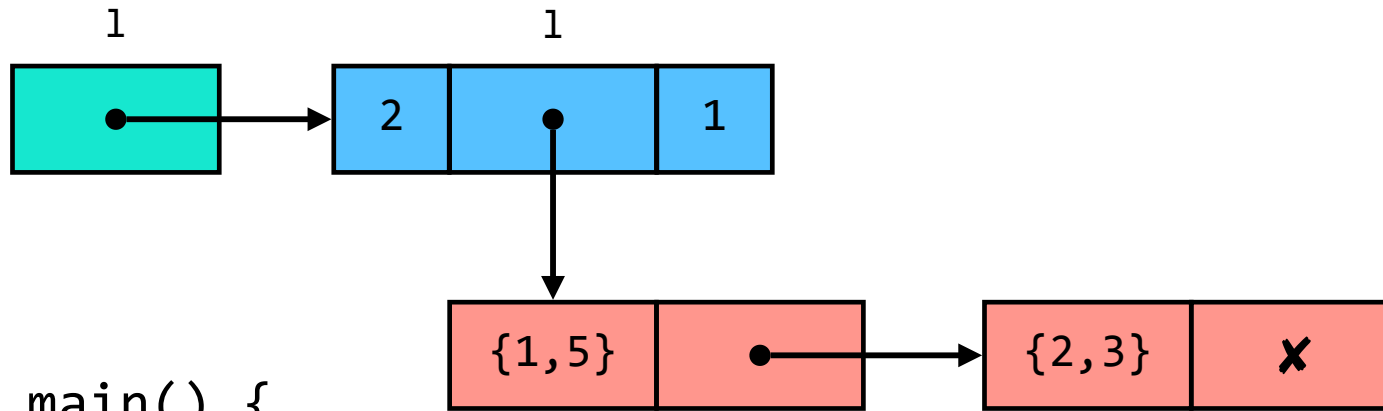
```
int estende(poligonal *l, ponto p) {  
    ...  
}
```

# estende



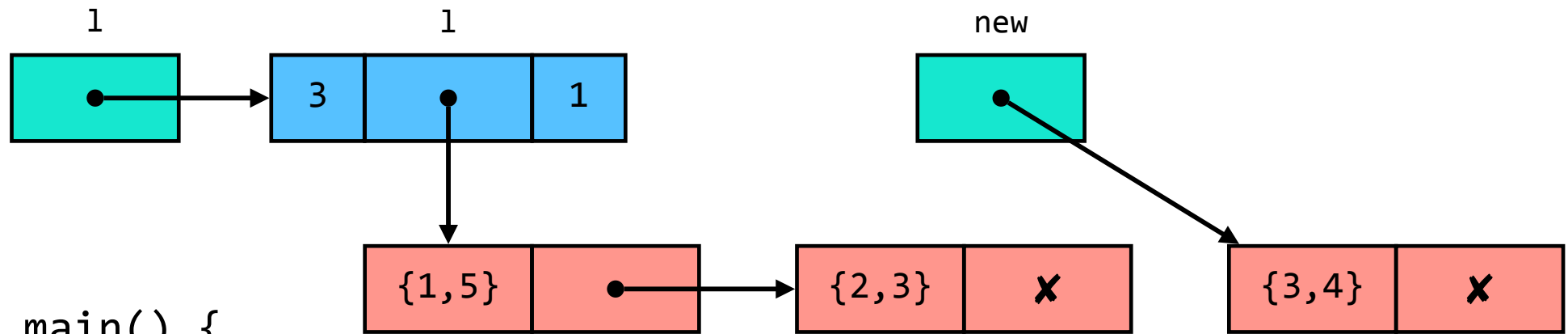
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



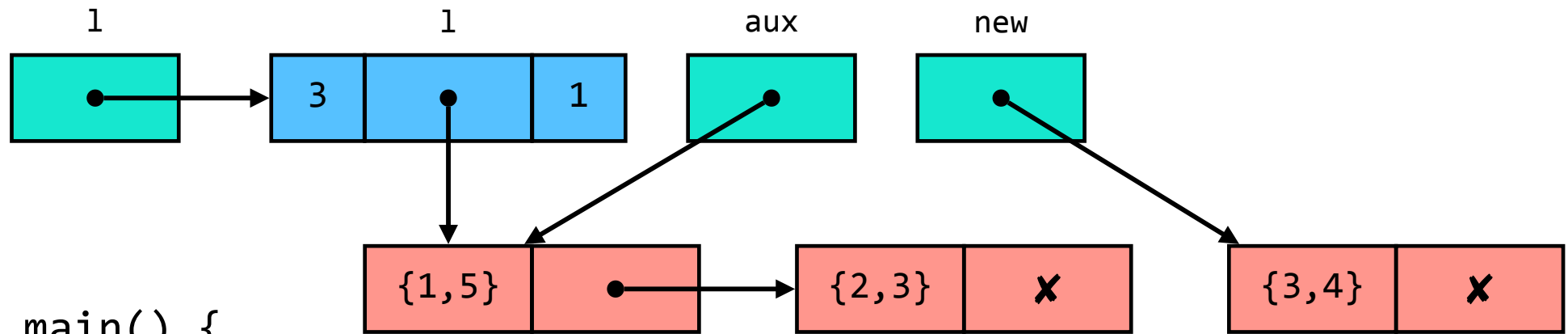
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



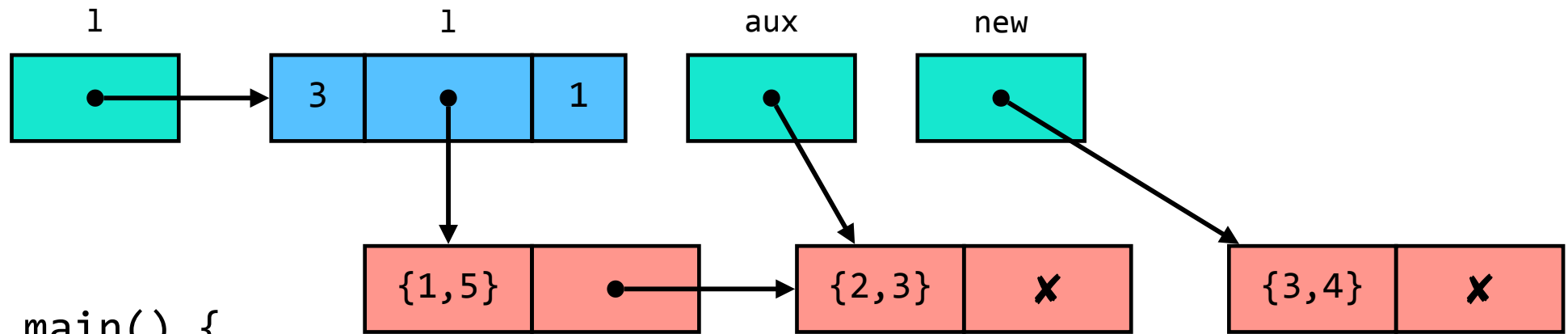
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



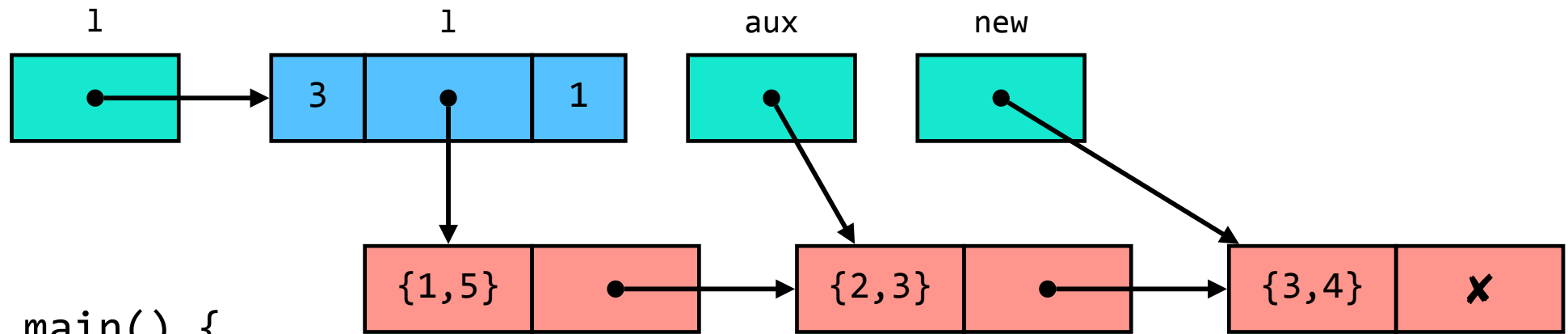
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



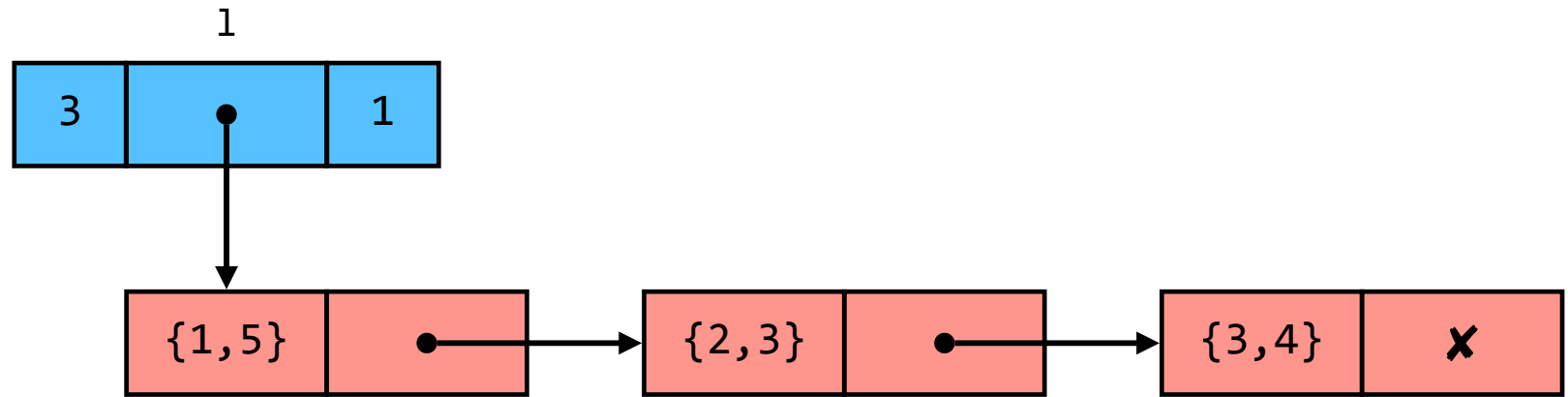
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



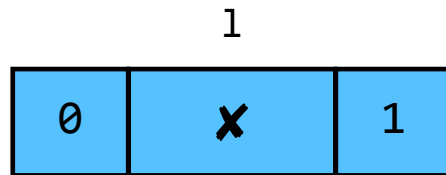
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



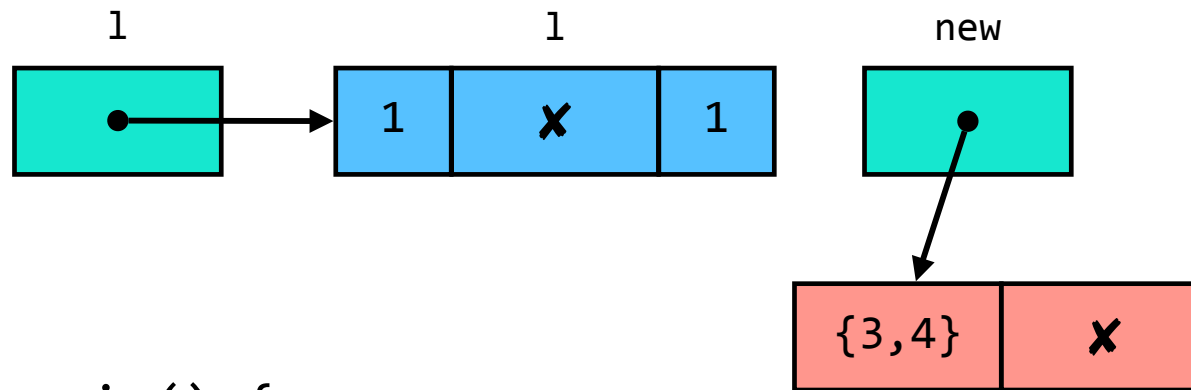
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = ...;  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



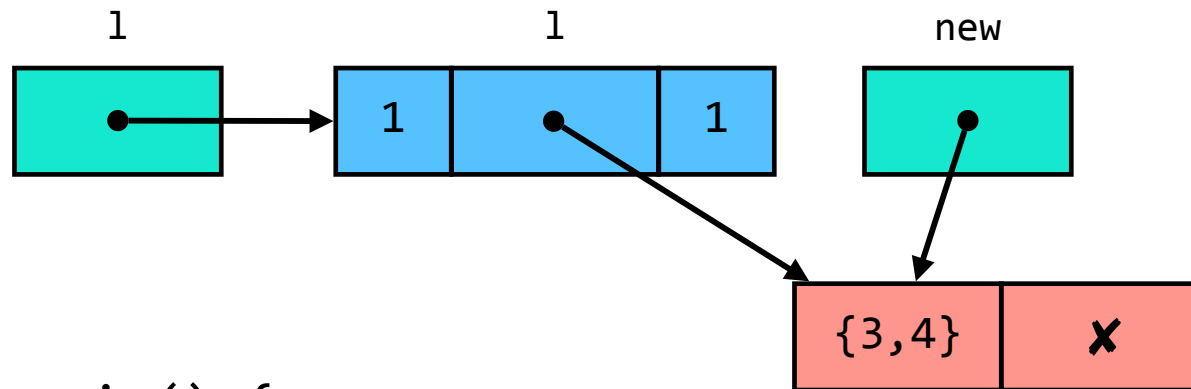
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = {0, NULL};  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



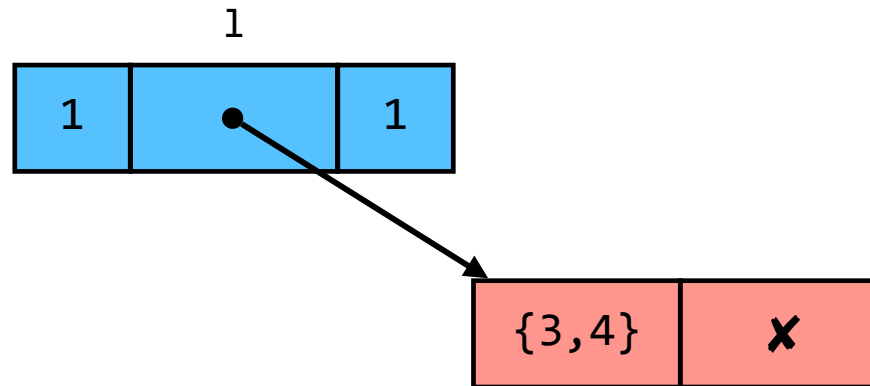
```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = {0, NULL};  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = {0, NULL};  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende



```
int main() {  
    ponto p = {3,4};  
    poligonal l = {0, NULL};  
    estende(&l, p);  
    return 0;  
}
```

# estende

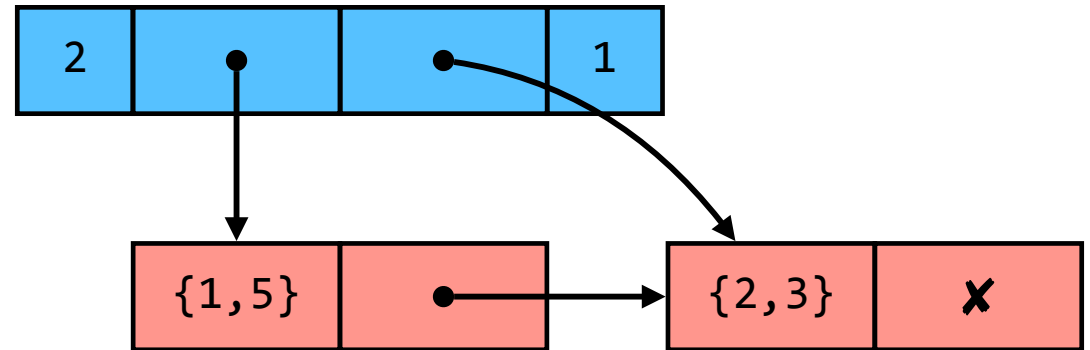
```
int estende(poligonal *l, ponto p) {
    lponto new = malloc(sizeof(struct lponto_no));
    if (new == NULL) return 1;
    new->ponto = p;
    new->prox = NULL;
    l->tamanho++;
    if (l->pontos == NULL) l->pontos = new;
    else {
        lponto aux;
        for (aux = l->pontos; aux->prox != NULL; aux = aux->prox);
        aux->prox = new;
    }
    return 0;
}
```



# Poligonal com lista ligada

```
typedef struct lponto_no {  
    ponto ponto;  
    struct lponto_no *prox;  
} *lponto;
```

```
typedef struct {  
    int tamanho;  
    lponto pontos;  
    lponto ultimo;  
    cor cor;  
} poligonal;
```



# estende

```
int estende(poligonal *l, ponto p) {  
    lponto new = malloc(sizeof(struct lponto_no));  
    if (new == NULL) return 1;  
    new->ponto = p;  
    new->prox = NULL;  
    l->tamanho++;  
    if (l->pontos == NULL) l->pontos = new;  
    else l->ultimo->prox = new;  
    l->ultimo = new;  
    return 0;  
}
```

# aloca e liberta

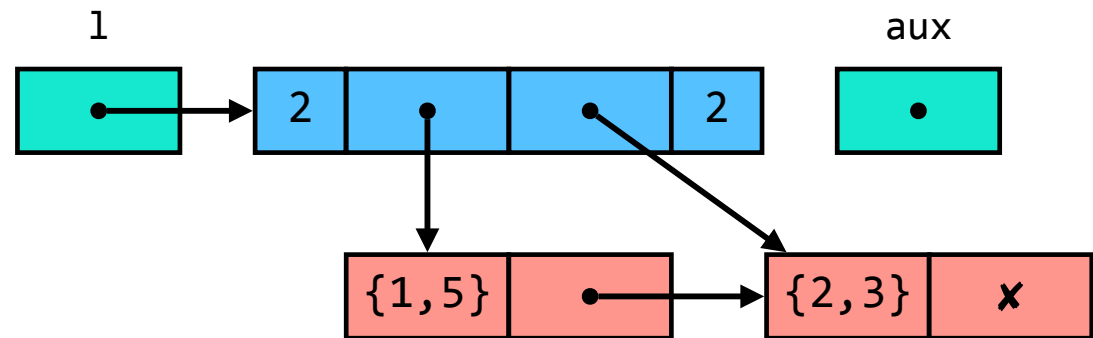
```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```

# aloca e liberta

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

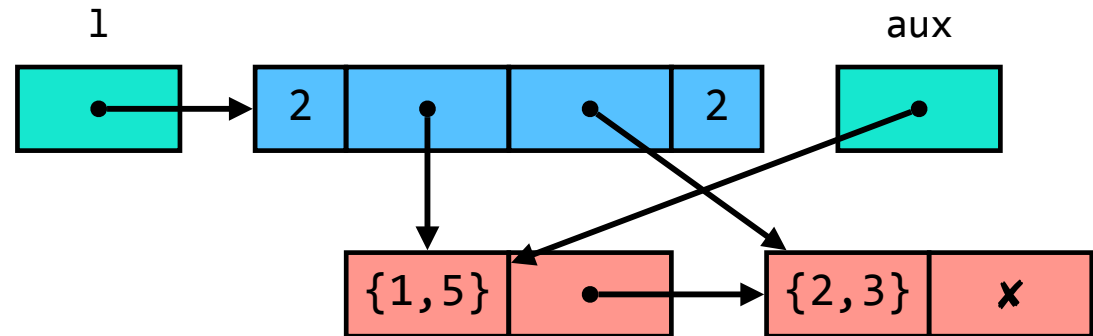
```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



# aloca e liberta

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

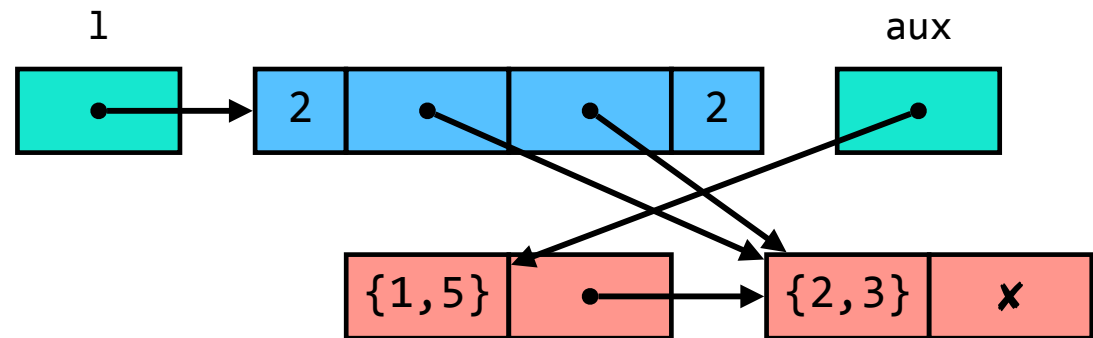
```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



# aloca e liberta

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

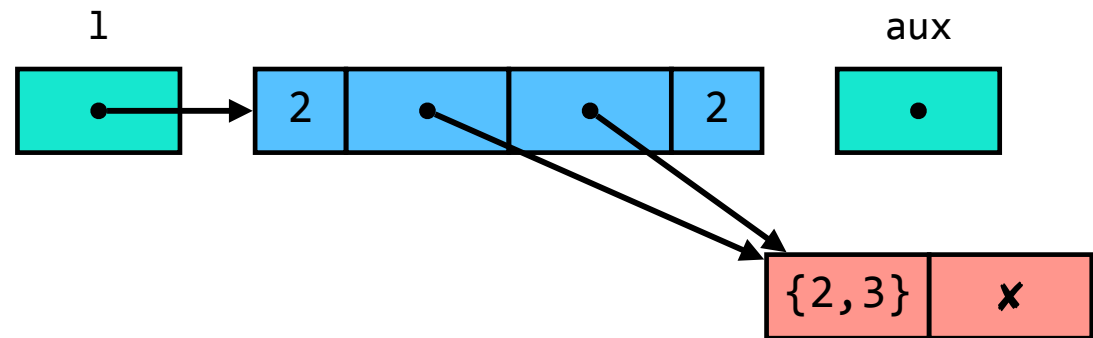
```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



# aloca e liberta

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

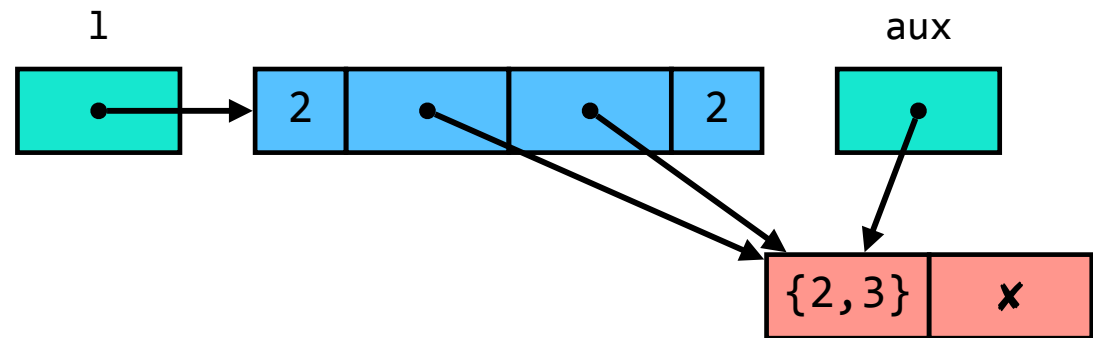
```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



# aloca e liberta

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

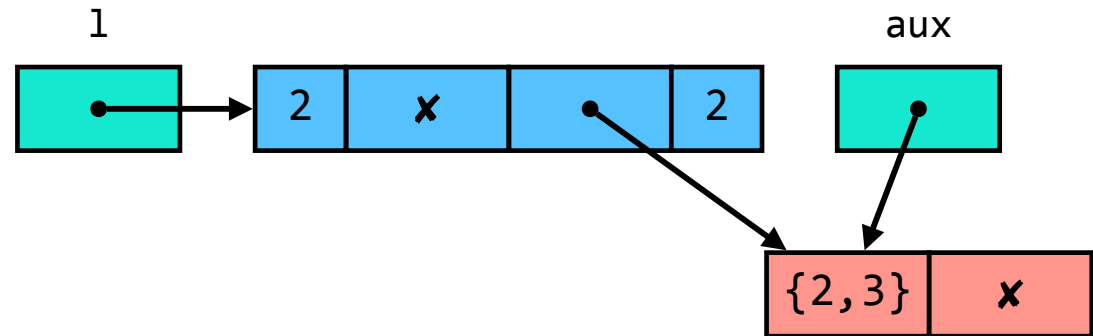
```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



# aloca e liberta

```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



# aloca e liberta

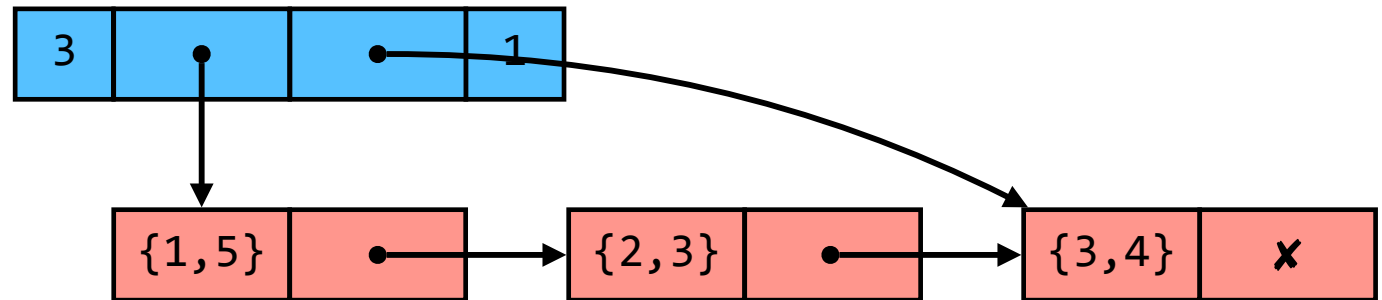
```
int aloca(poligonal *l, cor c) {  
    l->tamanho = 0;  
    l->pontos = NULL;  
    l->ultimo = NULL;  
    l->cor = c;  
    return 0;  
}
```

```
void liberta(poligonal *l) {  
    lponto aux;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        aux = l->pontos;  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        free(aux);  
    }  
}
```



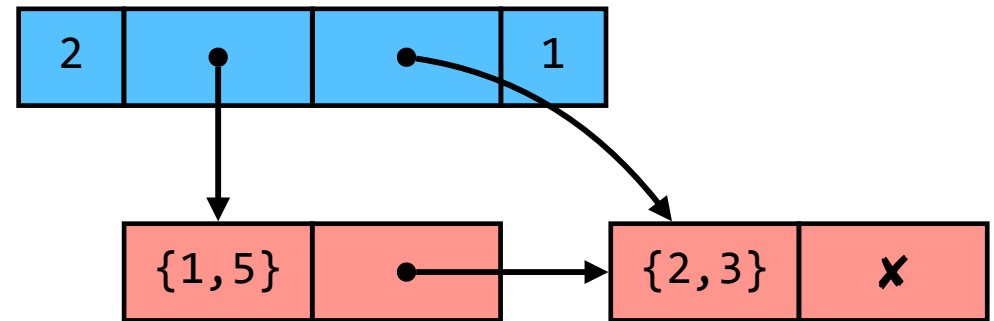
# Poligonal com lista ligada

```
int main() {  
    ponto a = {1,5}, b = {2,3}, c = {3,4};  
    poligonal l;  
    aloca(&l, GREEN);  
    estende(&l, a);  
    estende(&l, b);  
    estende(&l, c);  
    printf("%.1f", comprimento(&l));  
    liberta(&l);  
    return 0;  
}
```



## #20 É verdade que tamanho(&l) == tamanho(&l)?

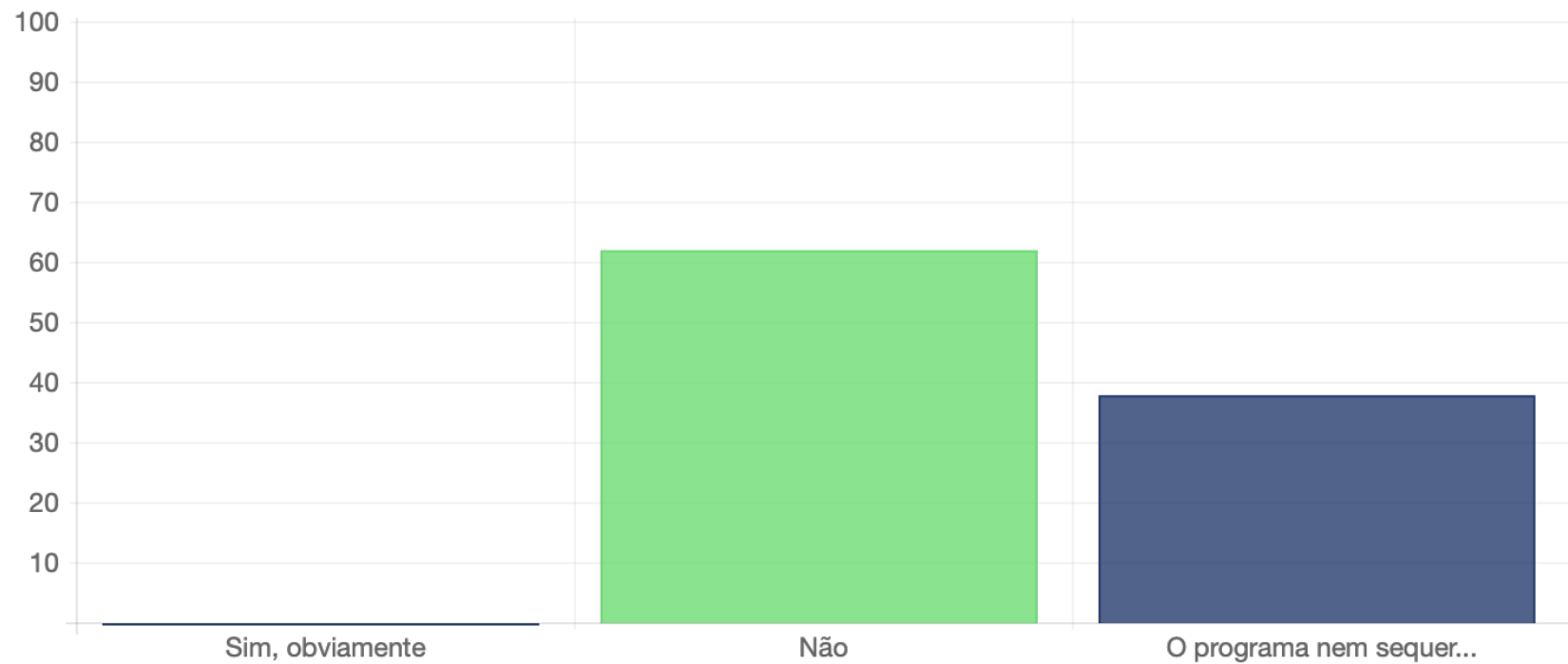
```
int tamanho(poligonal *l) {  
    int r = 0;  
    while (l->pontos != NULL) {  
        l->pontos = l->pontos->prox;  
        r++;  
    }  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    poligonal l = ...;  
    printf("%d\n", tamanho(&l) == tamanho(&l));  
    return 0;  
}
```

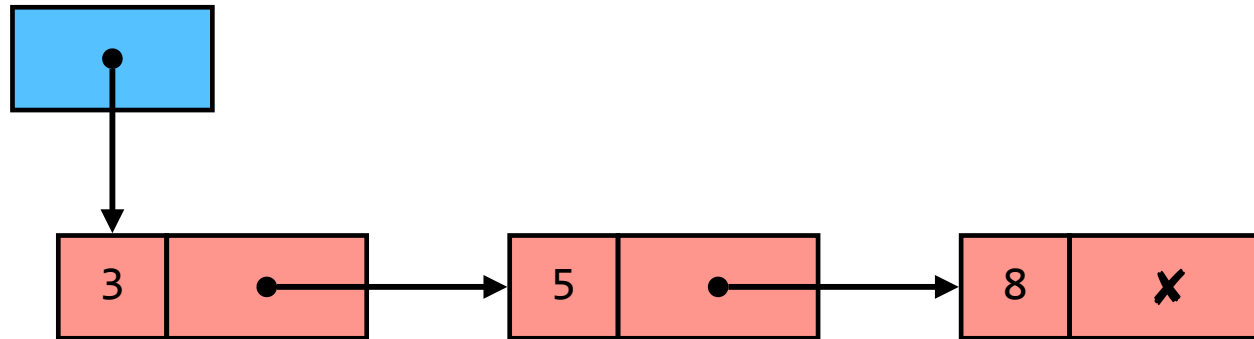


#20 É verdade que `tamanho(&1) == tamanho(&1)?`



# Aula 16

# Listas ligadas de inteiros

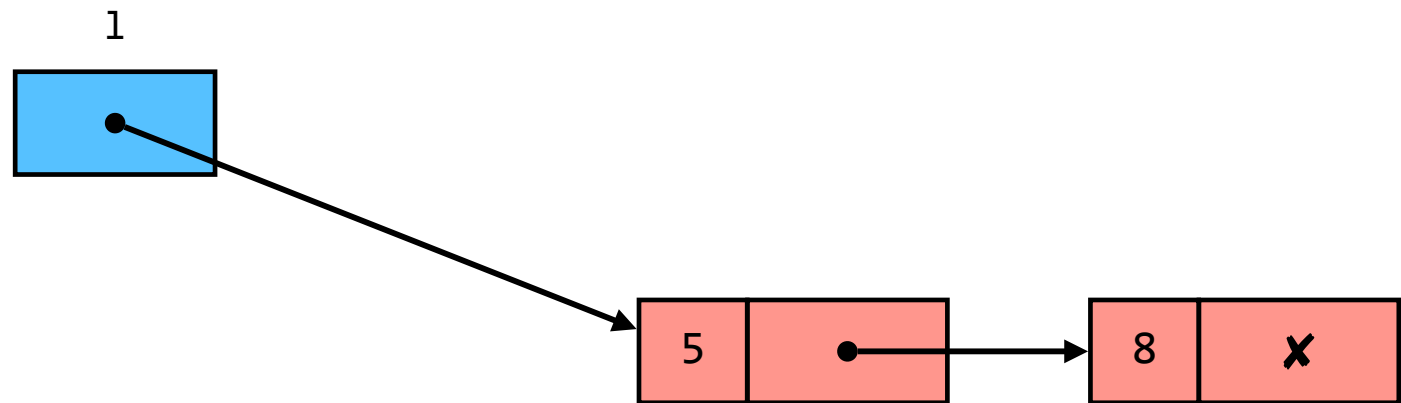


```
typedef struct lint_no {  
    int valor;  
    struct lint_no *prox;  
} *lint;
```

# Inserção à cabeça

```
int cons(int x, lint *l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    if (new == NULL) return 1;  
    new->valor = x;  
    new->prox = l;  
    *l = new;  
    return 0;  
}
```

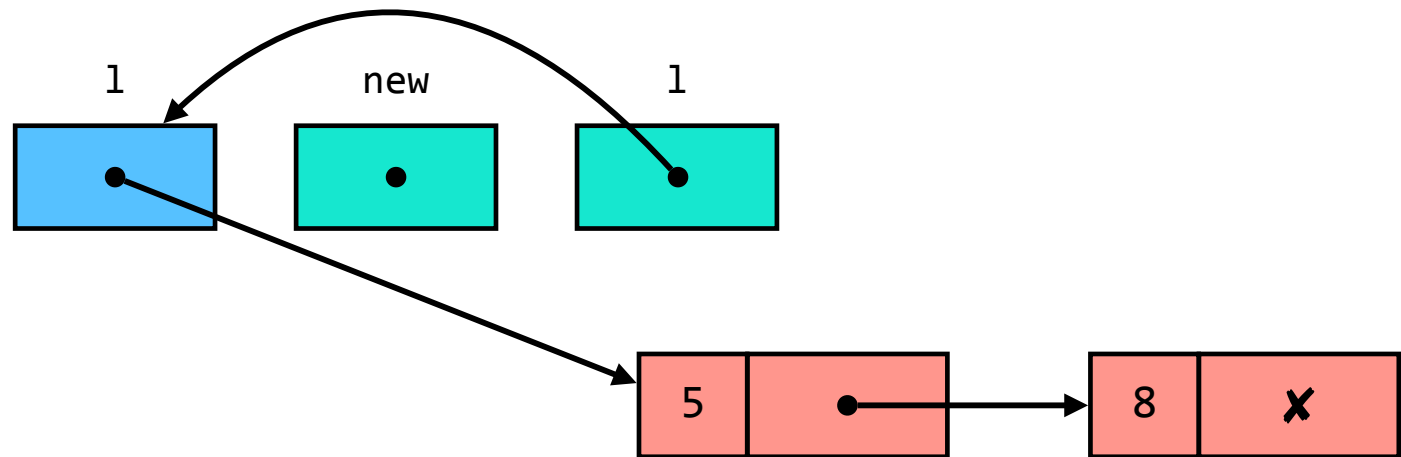
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    cons(8,&l);  
    cons(5,&l);  
    cons(3,&l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
int cons(int x, lint *l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    if (new == NULL) return 1;  
    new->valor = x;  
    new->prox = *l;  
    *l = new;  
    return 0;  
}
```

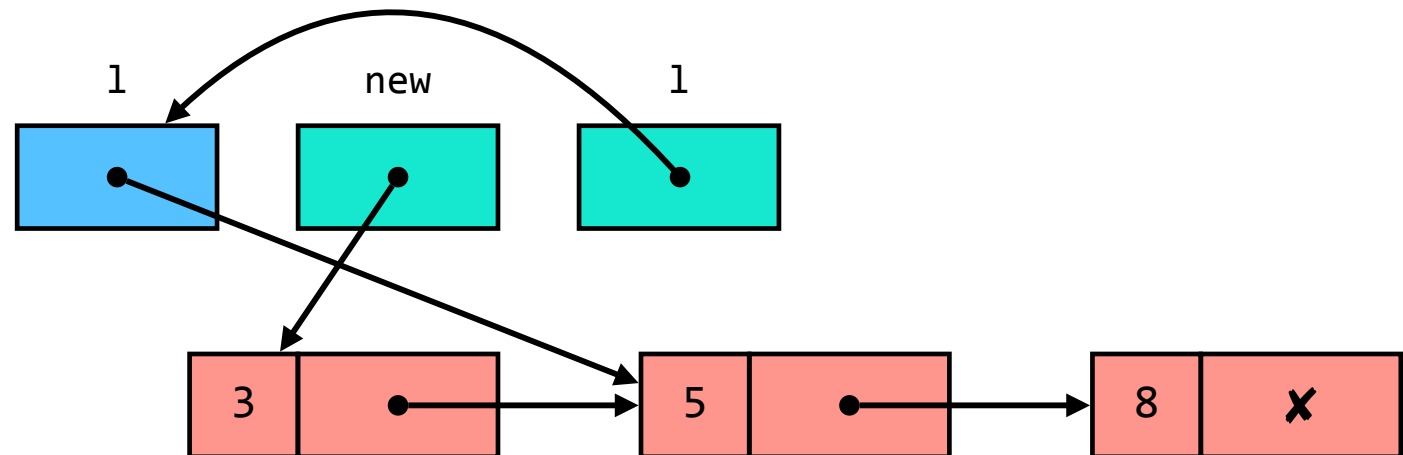
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    cons(8,&l);  
    cons(5,&l);  
    cons(3,&l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
int cons(int x, lint *l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    if (new == NULL) return 1;  
    new->valor = x;  
    new->prox = *l;  
    *l = new;  
    return 0;  
}
```

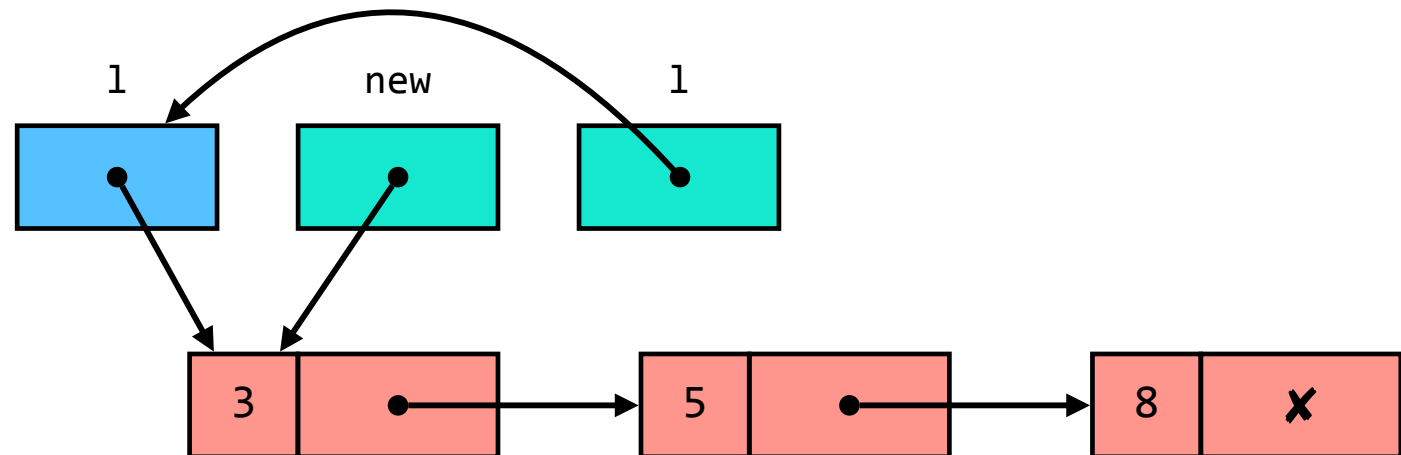
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    cons(8,&l);  
    cons(5,&l);  
    cons(3,&l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
int cons(int x, lint *l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    if (new == NULL) return 1;  
    new->valor = x;  
    new->prox = *l;  
    *l = new;  
    return 0;  
}
```

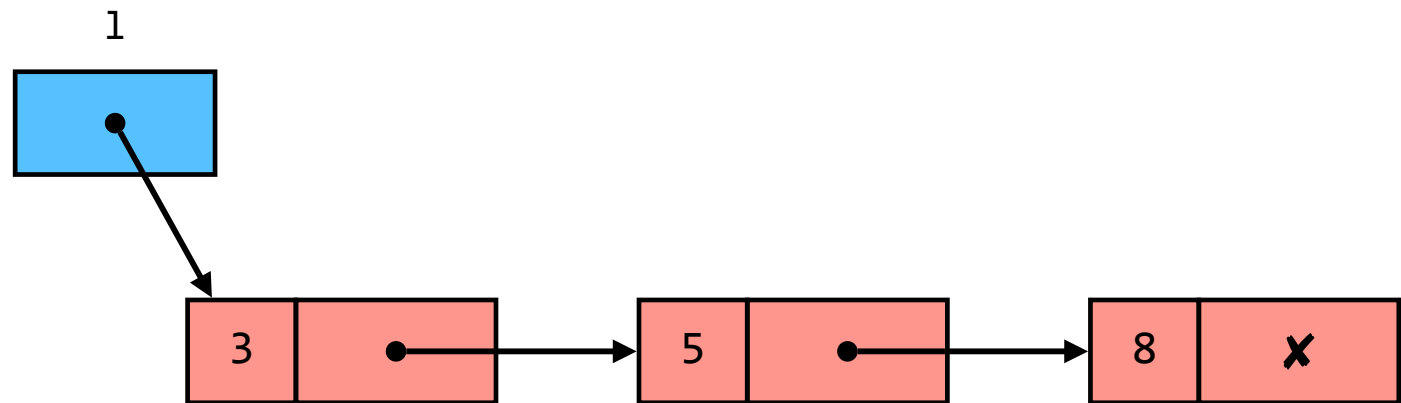
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    cons(8,&l);  
    cons(5,&l);  
    cons(3,&l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
int cons(int x, lint *l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    if (new == NULL) return 1;  
    new->valor = x;  
    new->prox = *l;  
    *l = new;  
    return 0;  
}
```

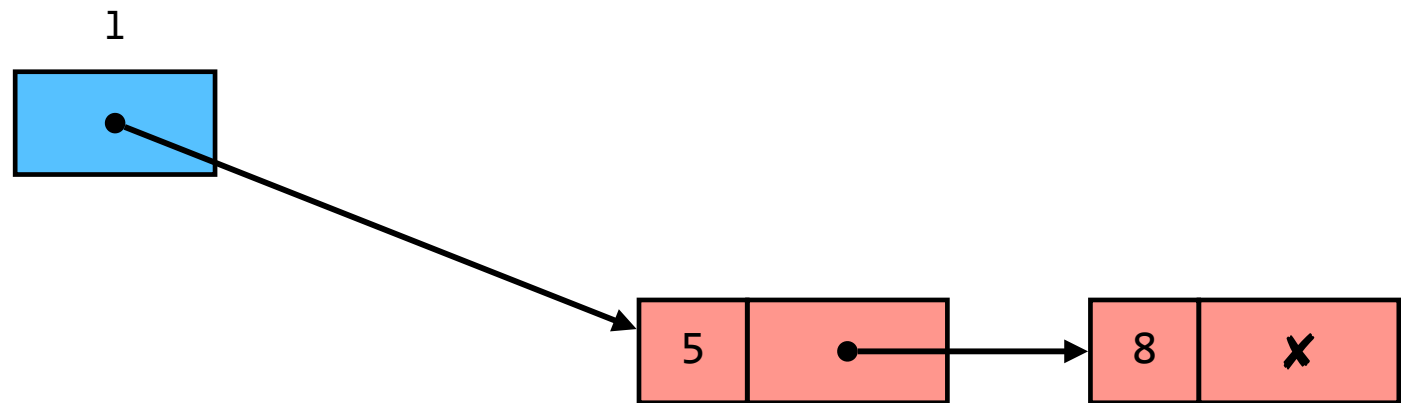
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    cons(8,&l);  
    cons(5,&l);  
    cons(3,&l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
lint cons(int x, lint l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    new->valor = x;  
    new->prox = l;  
    return new;  
}
```

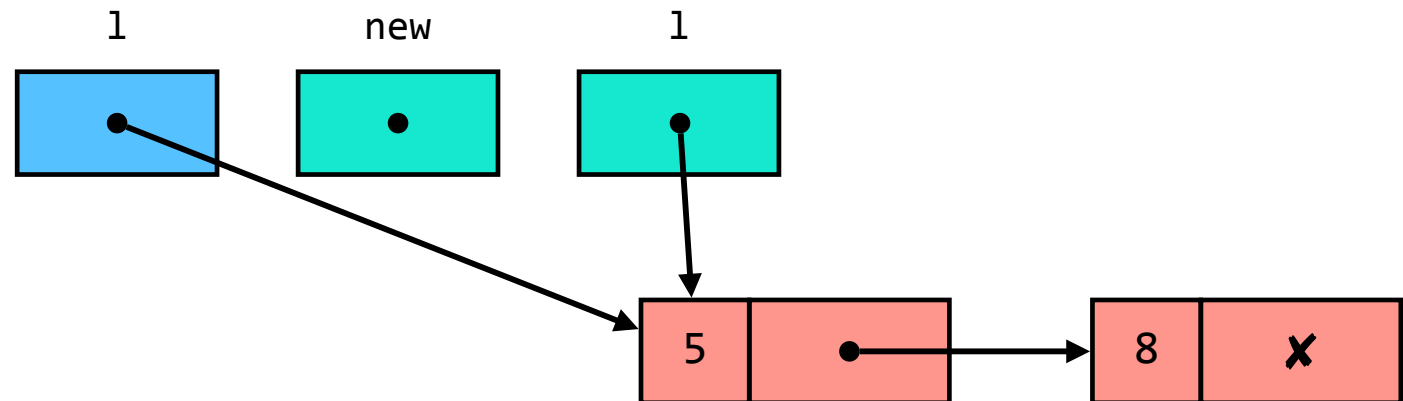
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = cons(8, l);  
    l = cons(5, l);  
    l = cons(3, l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
lint cons(int x, lint l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    new->valor = x;  
    new->prox = l;  
    return new;  
}
```

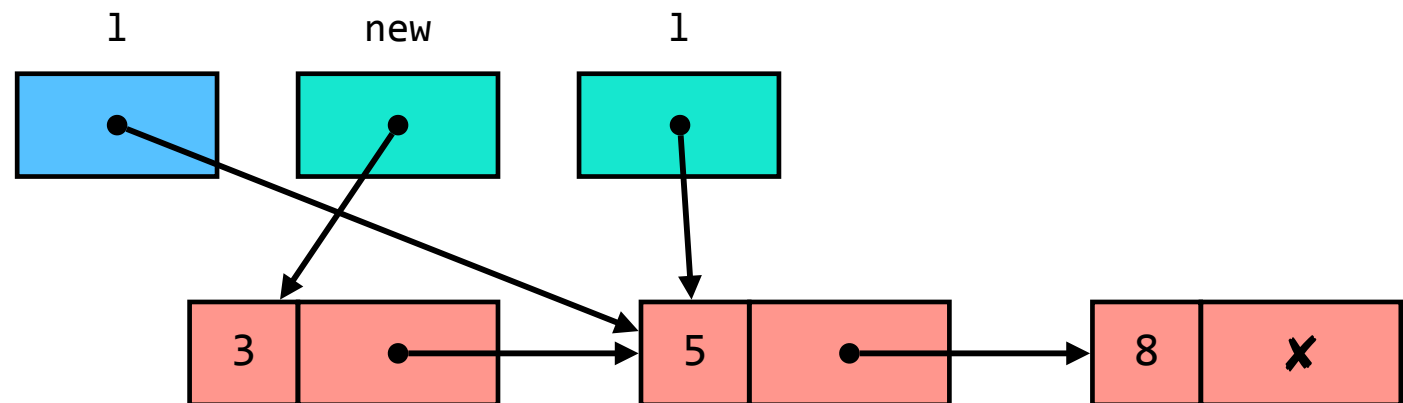
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = cons(8,l);  
    l = cons(5,l);  
    l = cons(3,l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
lint cons(int x, lint l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    new->valor = x;  
    new->prox = l;  
    return new;  
}
```

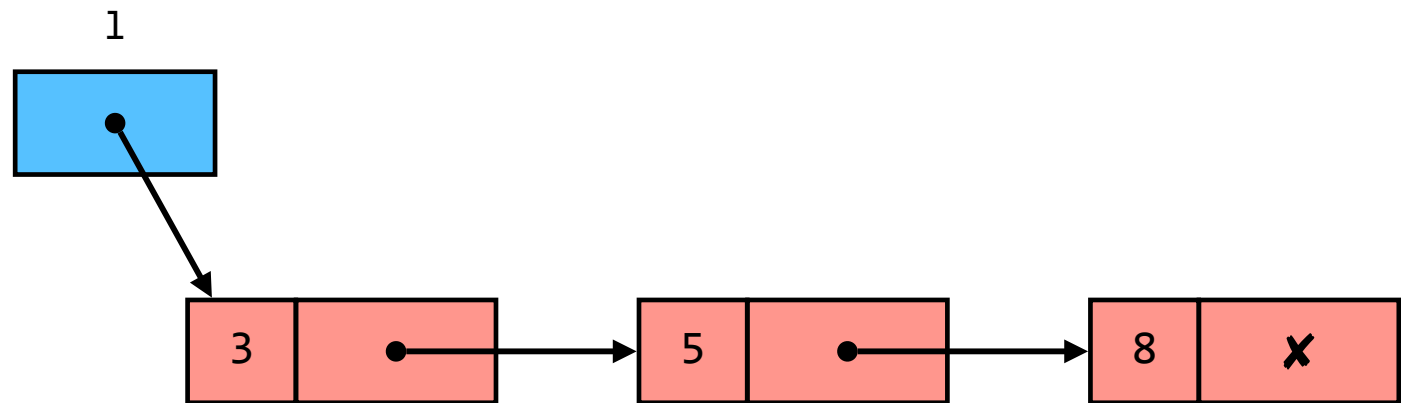
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = cons(8, l);  
    l = cons(5, l);  
    l = cons(3, l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção à cabeça

```
lint cons(int x, lint l) {  
    lint new = malloc(sizeof(struct lint_no));  
    new->valor = x;  
    new->prox = l;  
    return new;  
}
```

```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = cons(8,l);  
    l = cons(5,l);  
    l = cons(3,l);  
    return 0;  
}
```



# Disclaimer

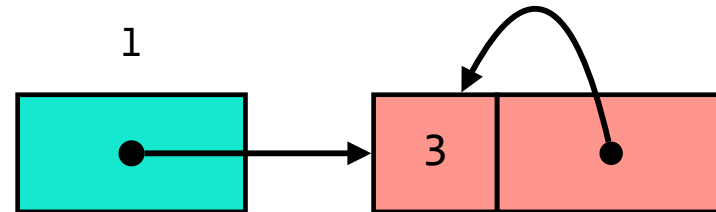


# #22 Como criar esta “lista”?

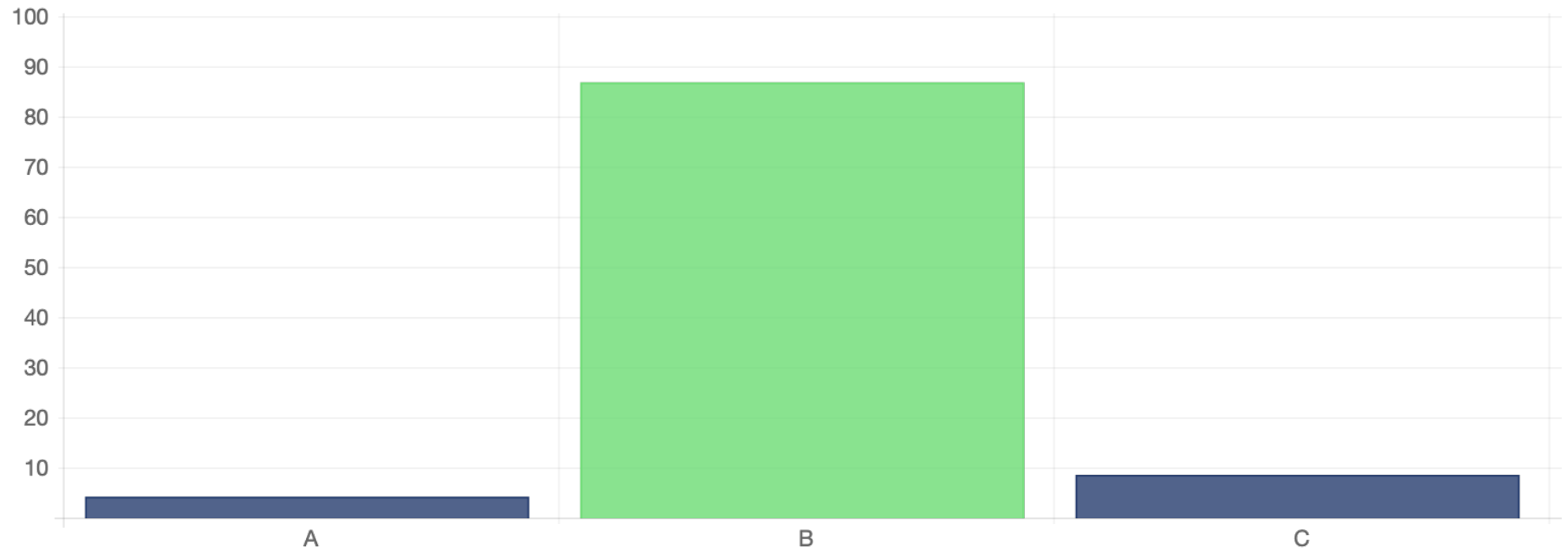
```
lint A() {  
    lint l = cons(3, l);  
    return l;  
}
```

```
lint B() {  
    lint l = cons(3, NULL);  
    l->prox = l;  
    return l;  
}
```

```
lint C() {  
    lint l = cons(3, NULL);  
    l = l->prox;  
    return l;  
}
```

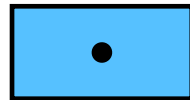


# #22 Como criar esta “lista”?



# Criação a partir de array

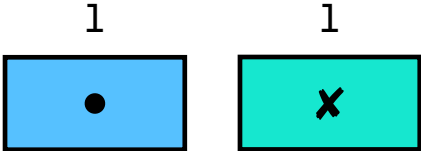
```
lint fromArray(int a[], int N) {  
    lint l = NULL;  
    for (int i = N-1; i >= 0; i--) l = cons(a[i], l);  
    return l;  
}
```



```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    return 0;  
}
```

# Criação a partir de array

```
lnt fromArray(int a[], int N) {  
    lnt l = NULL;  
    for (int i = N-1; i >= 0; i--) l = cons(a[i], l);  
    return l;  
}
```

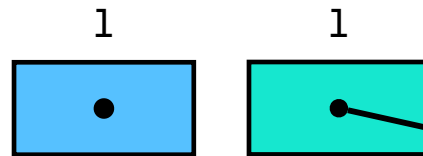


The diagram illustrates the state of the list after the `fromArray` function. It shows two boxes, each with a '1' above it. The left box is blue and contains a black dot, representing a valid list node. The right box is cyan and contains a black 'x', representing an invalid or uninitialized node.

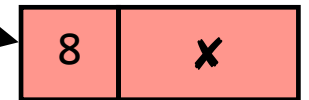
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lnt l = fromArray(v,3);  
    return 0;  
}
```

# Criação a partir de array

```
lint fromArray(int a[], int N) {  
    lint l = NULL;  
    for (int i = N-1; i >= 0; i--) l = cons(a[i], l);  
    return l;  
}
```

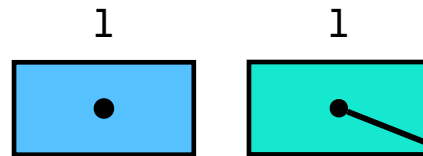


```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    return 0;  
}
```

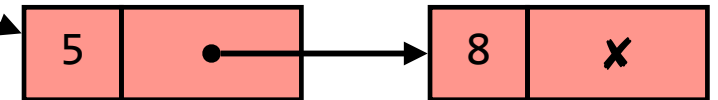


# Criação a partir de array

```
lint fromArray(int a[], int N) {  
    lint l = NULL;  
    for (int i = N-1; i >= 0; i--) l = cons(a[i], l);  
    return l;  
}
```

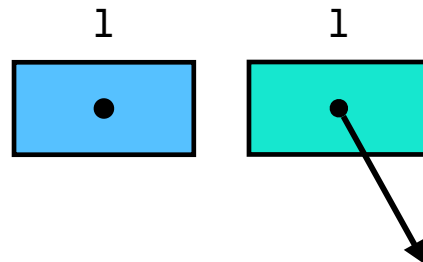


```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    return 0;  
}
```

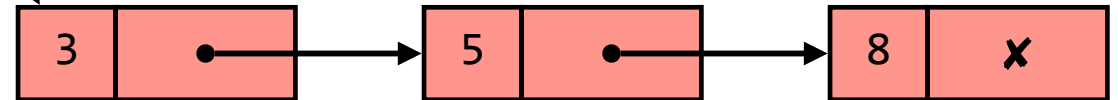


# Criação a partir de array

```
lint fromArray(int a[], int N) {  
    lint l = NULL;  
    for (int i = N-1; i >= 0; i--) l = cons(a[i], l);  
    return l;  
}
```



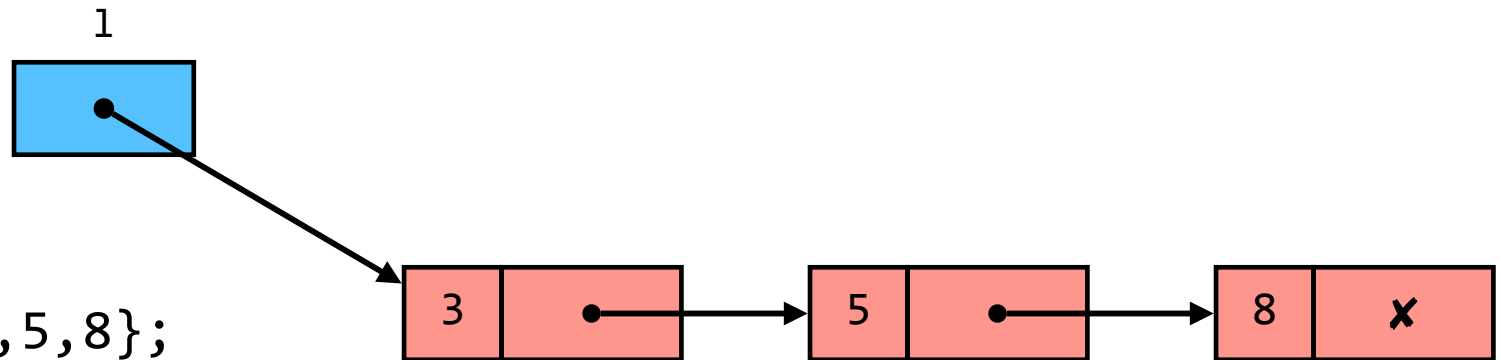
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    return 0;  
}
```



# Criação a partir de array

```
lint fromArray(int a[], int N) {  
    lint l = NULL;  
    for (int i = N-1; i >= 0; i--) l = cons(a[i], l);  
    return l;  
}
```

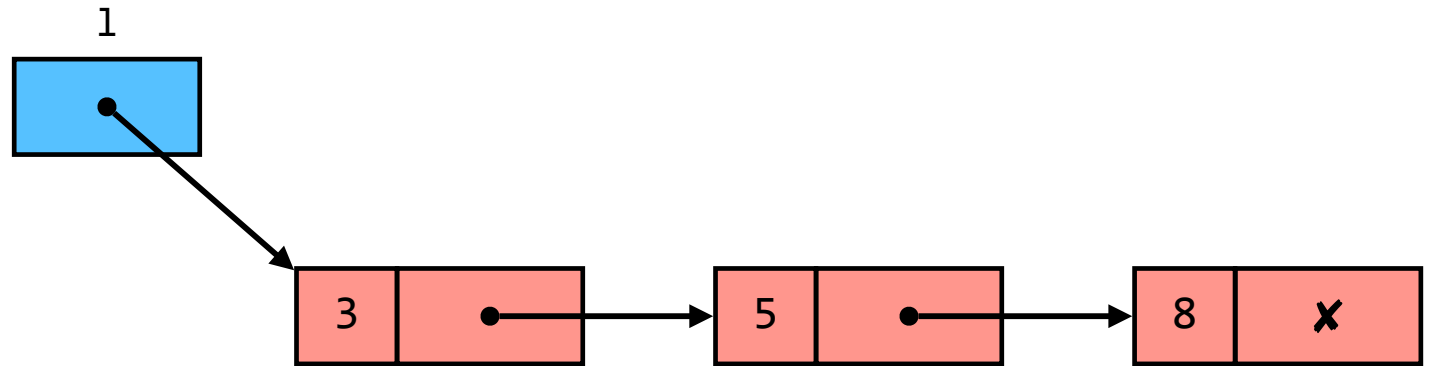
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    return 0;  
}
```



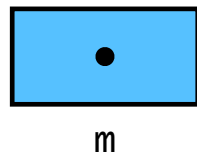
# Duplicação

```
lint clone(lint l) {  
    ...  
}
```

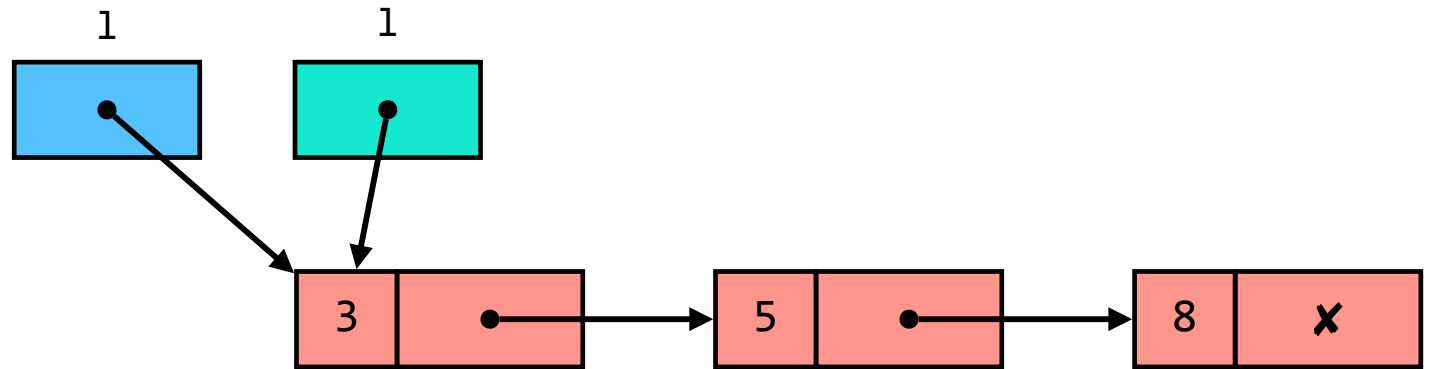
# Duplicação



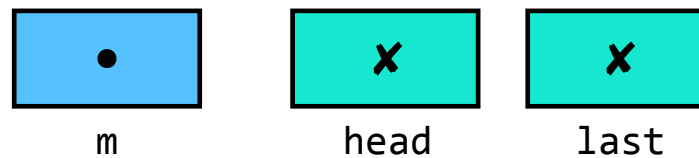
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



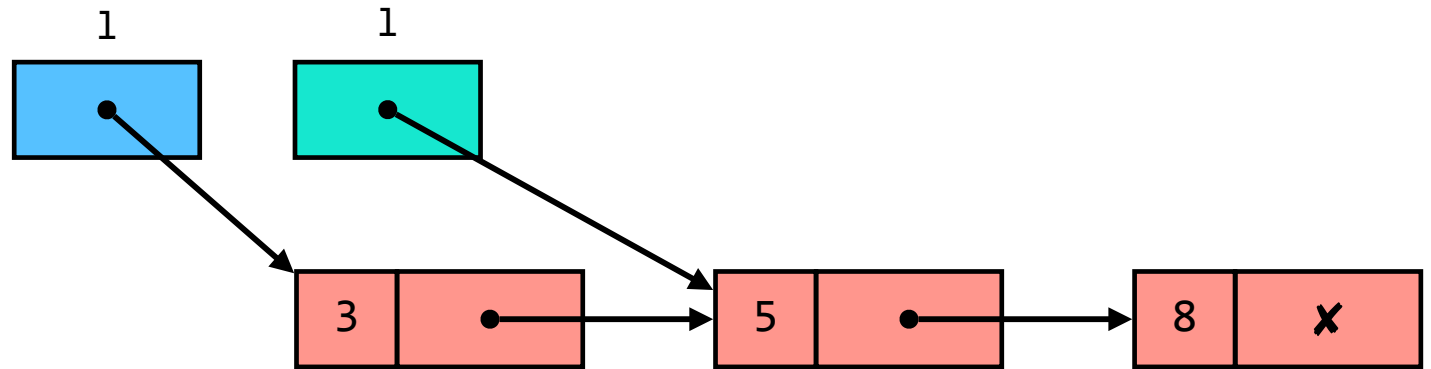
# Duplicação



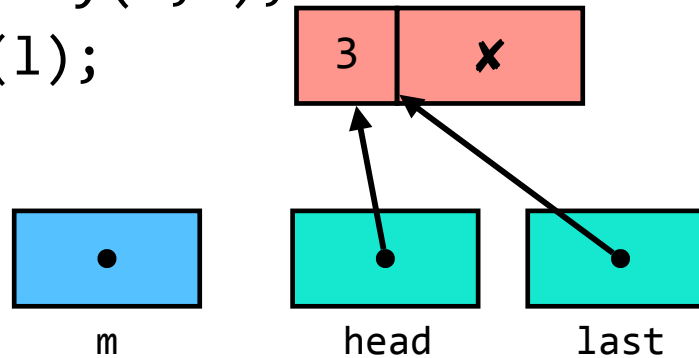
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



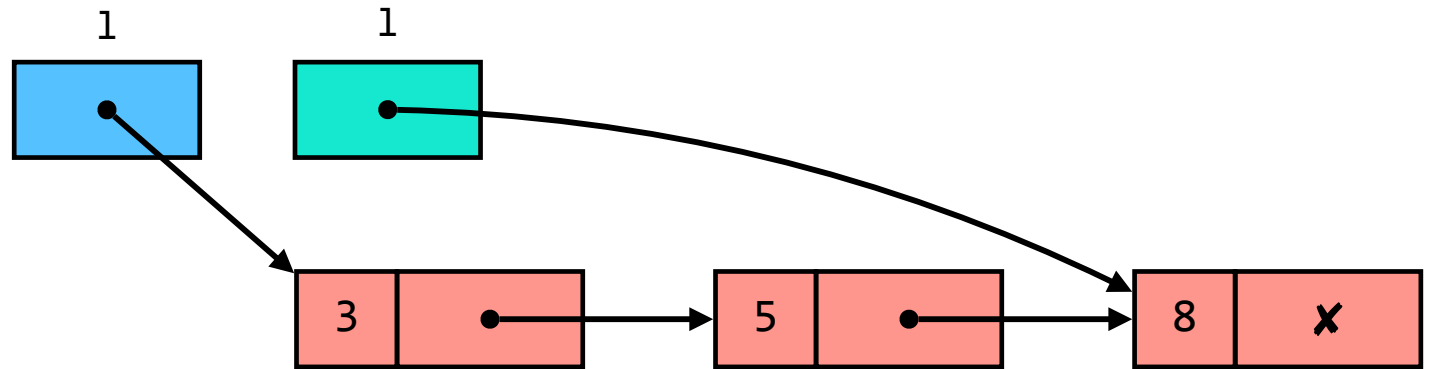
# Duplicação



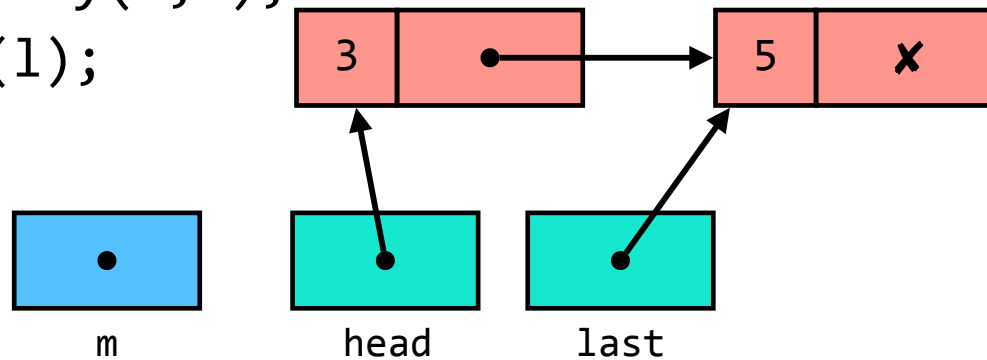
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



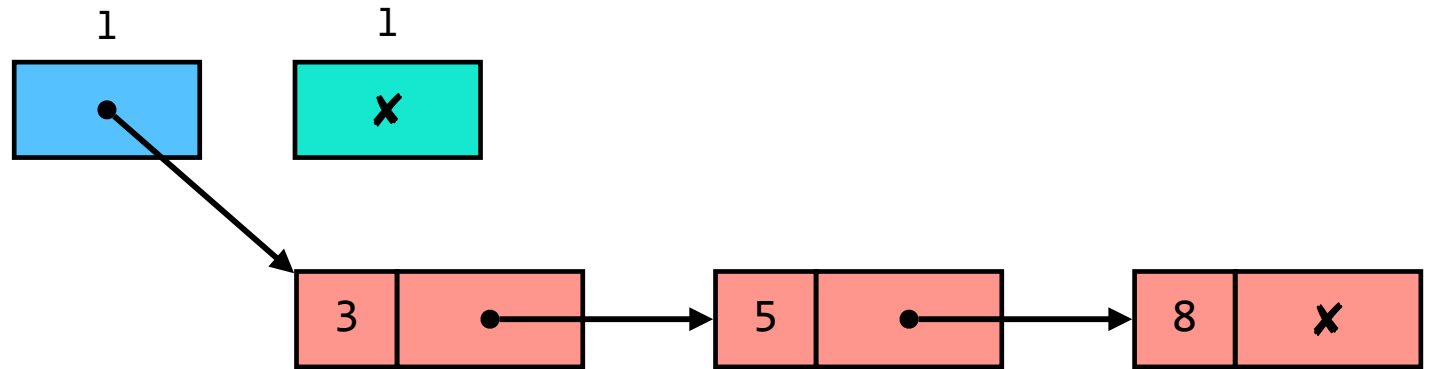
# Duplicação



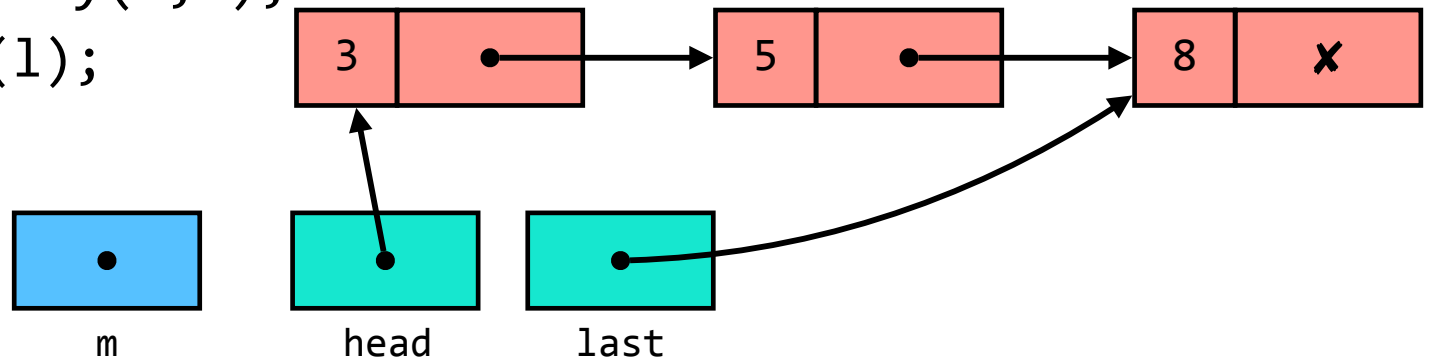
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



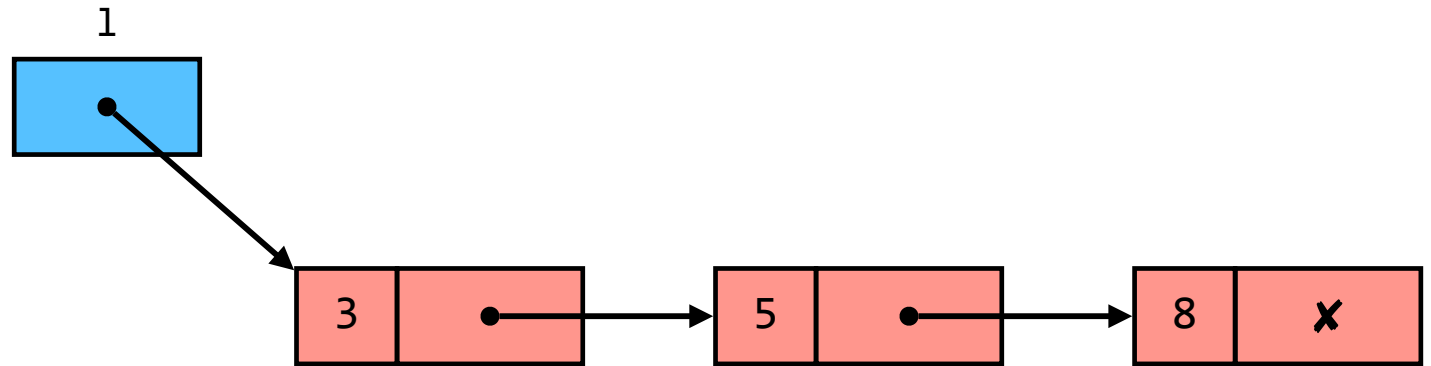
# Duplicação



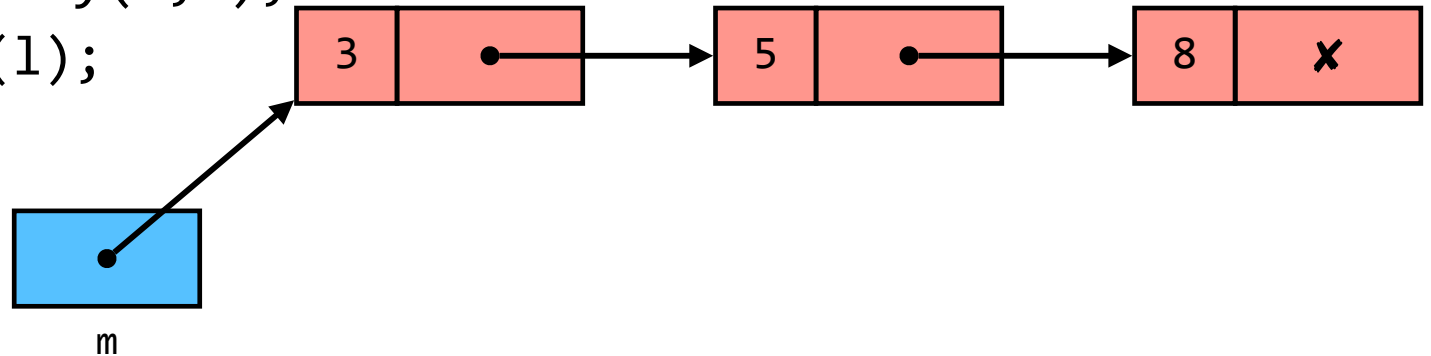
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



# Duplicação



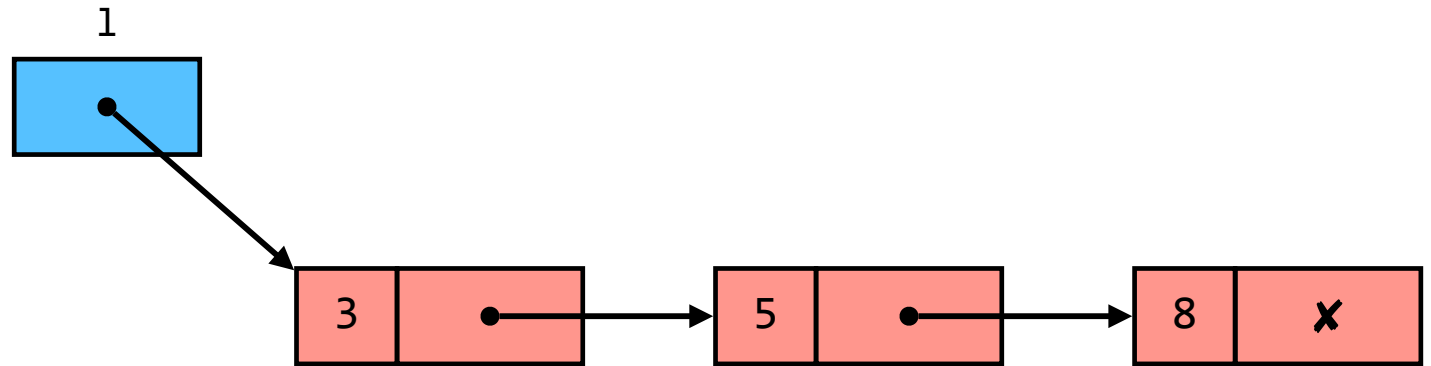
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



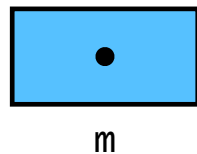
# Duplicação

```
lint clone(lint l) {  
    lint head = NULL, last = NULL;  
    while (l != NULL) {  
        if (head == NULL) {  
            head = cons(l->valor, NULL);  
            last = head;  
        } else {  
            last->prox = cons(l->valor, NULL);  
            last = last->prox;  
        }  
        l = l->prox;  
    }  
    return head;  
}
```

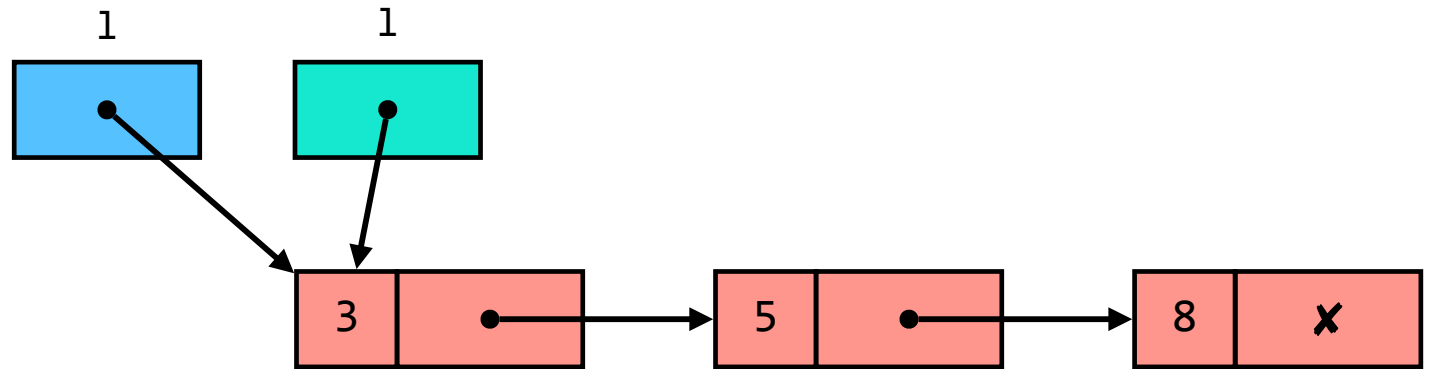
# Duplicação



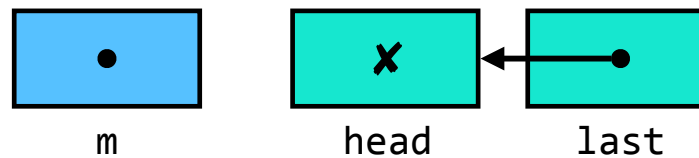
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



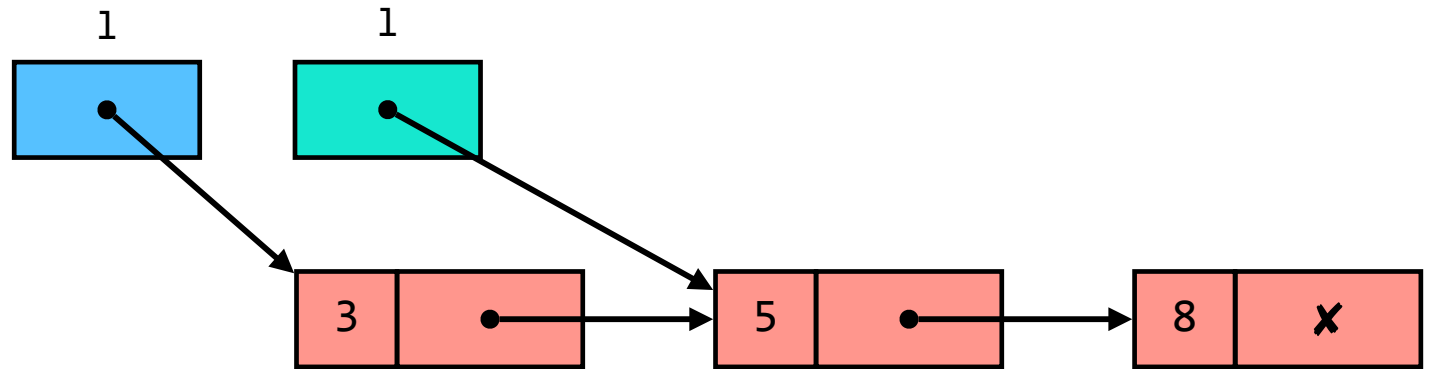
# Duplicação



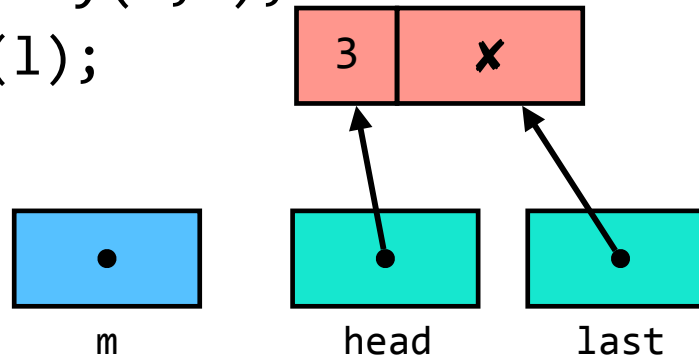
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



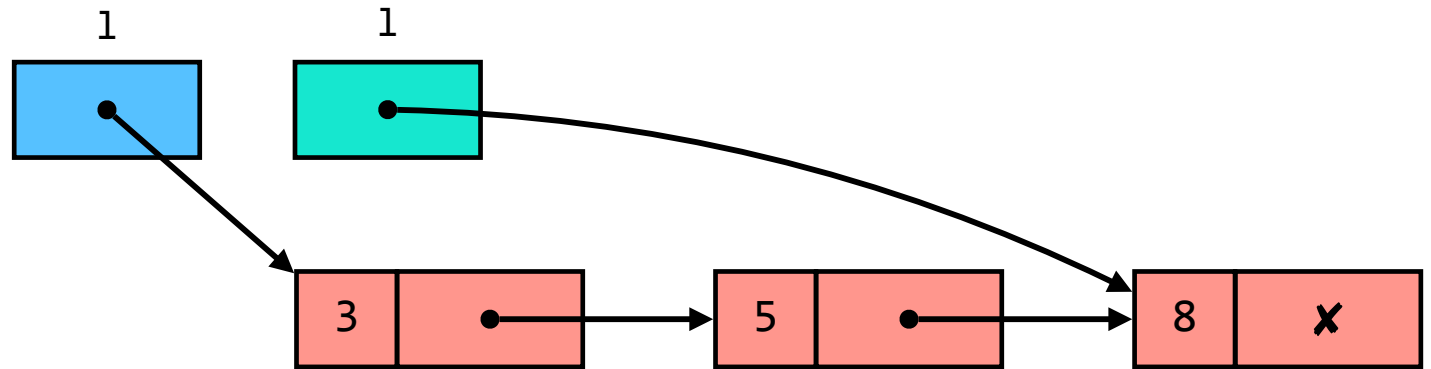
# Duplicação



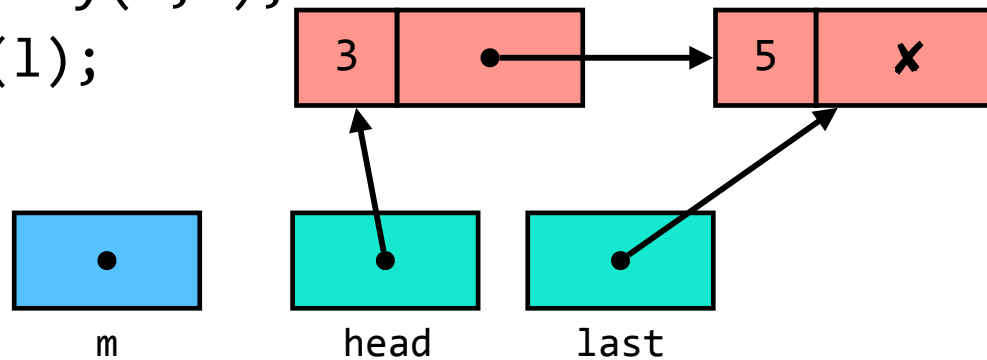
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



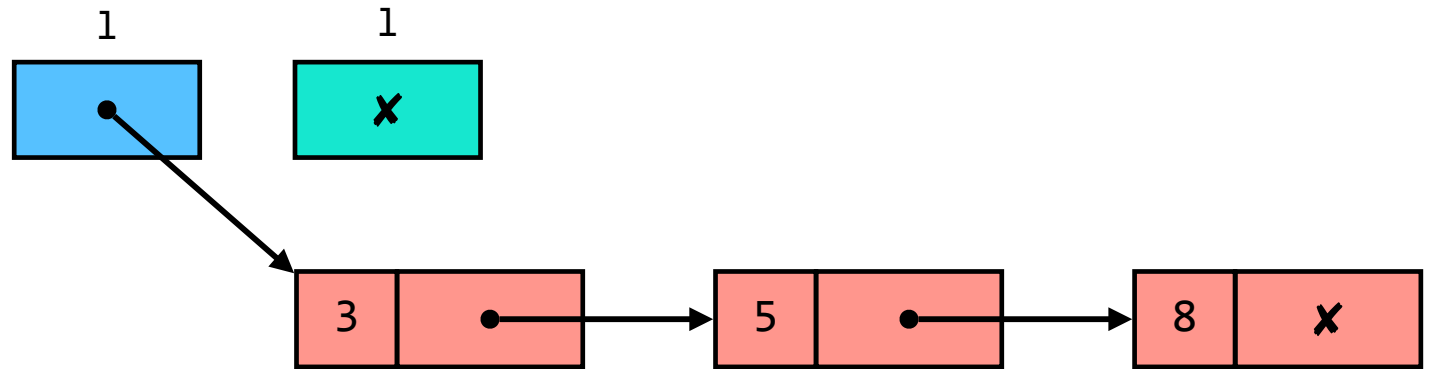
# Duplicação



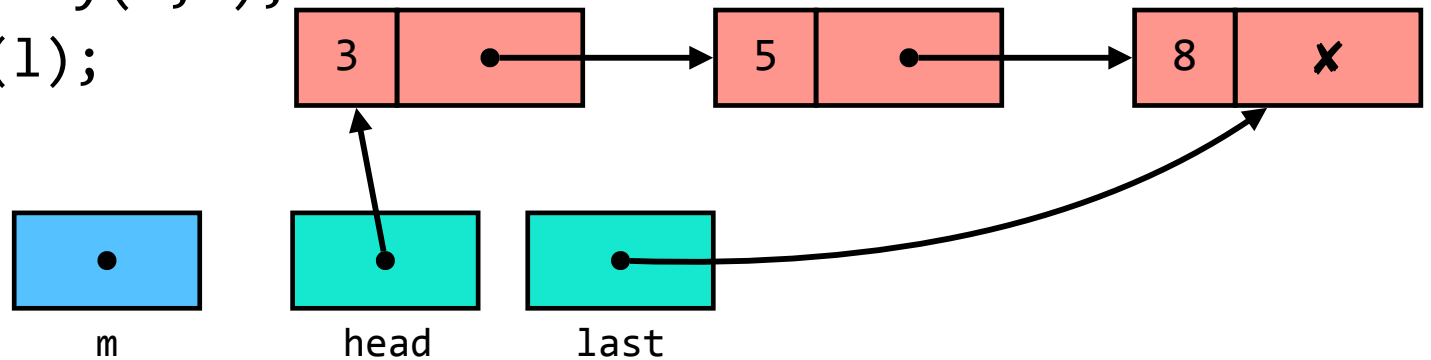
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



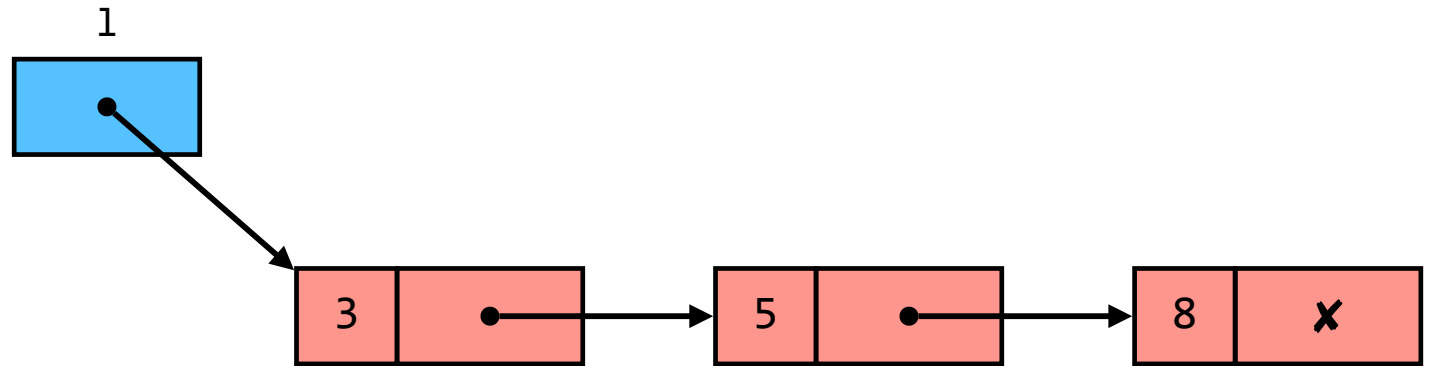
# Duplicação



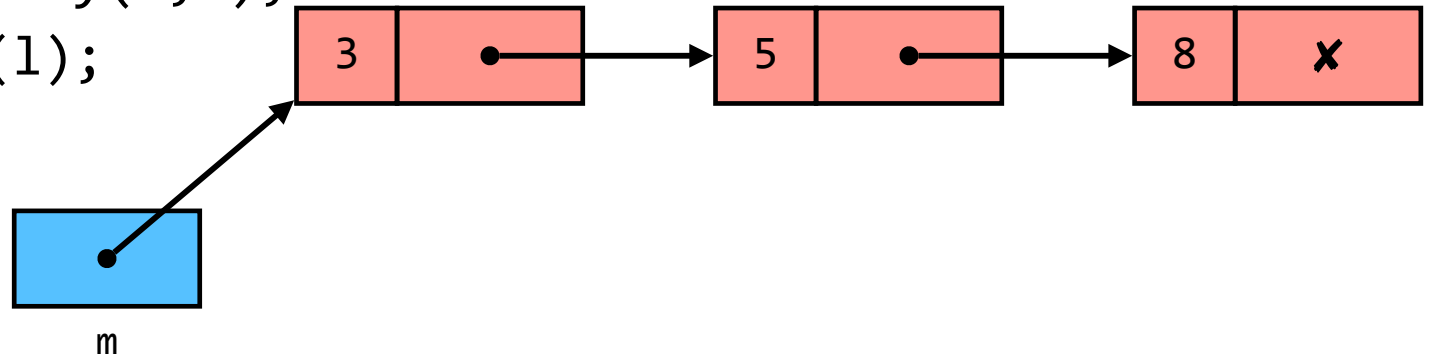
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



# Duplicação



```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    lint m = clone(l);  
    return 0;  
}
```



# Duplicação

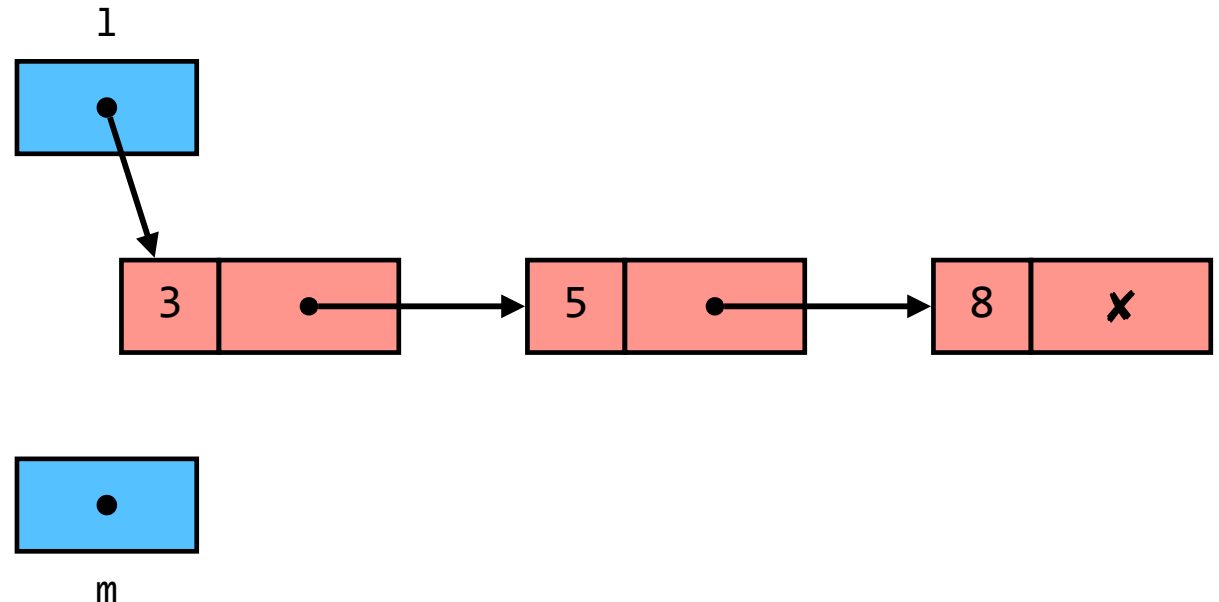
```
lint clone(lint l) {  
    lint head = NULL, *last = &head;  
    while (l != NULL) {  
        *last = cons(l->valor, NULL);  
        last = &(*last)->prox;  
        l = l->prox;  
    }  
    return head;  
}
```

# Aula 17

# Pesquisa ordenada

```
lint search(int x, lint l) {  
    while (l != NULL && l->valor < x) l = l->prox;  
    if (l != NULL && l->valor == x) return l;  
    else return NULL;  
}
```

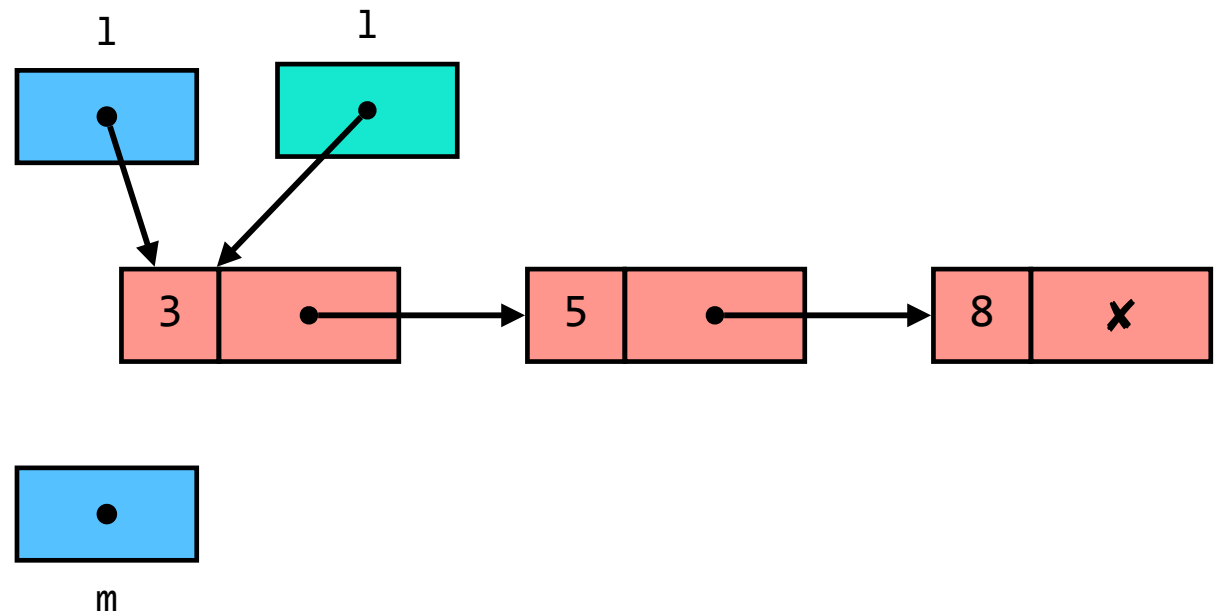
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v, 3);  
    lint m = search(5, l);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
lint search(int x, lint l) {  
    while (l != NULL && l->valor < x) l = l->prox;  
    if (l != NULL && l->valor == x) return l;  
    else return NULL;  
}
```

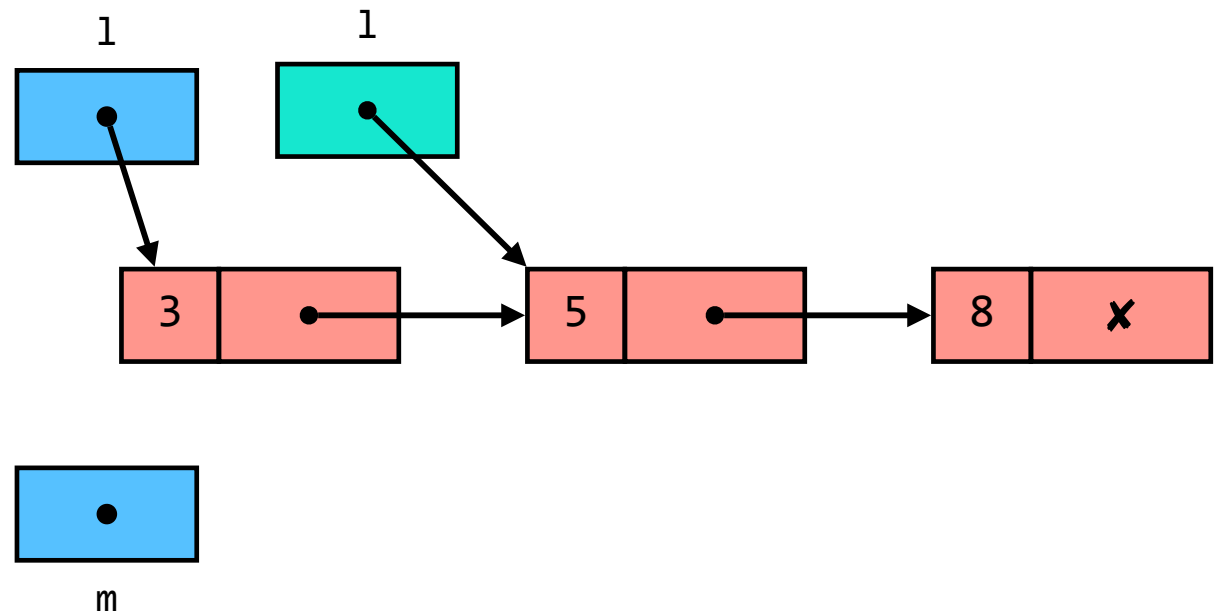
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v, 3);  
    lint m = search(5, l);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
lint search(int x, lint l) {  
    while (l != NULL && l->valor < x) l = l->prox;  
    if (l != NULL && l->valor == x) return l;  
    else return NULL;  
}
```

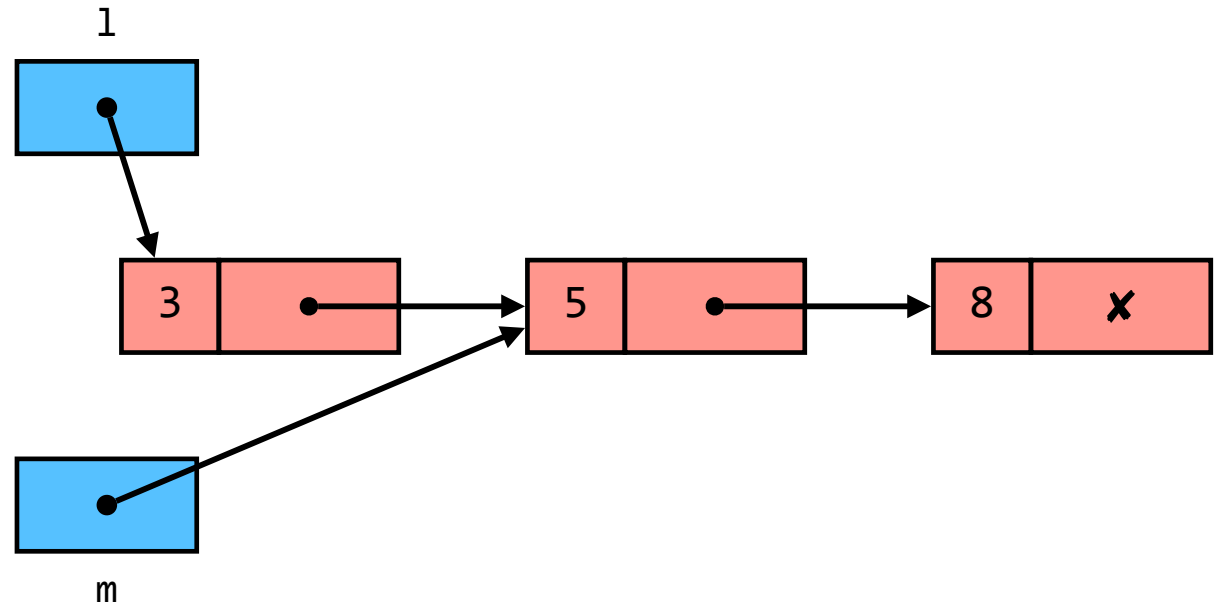
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v, 3);  
    lint m = search(5, l);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
lint search(int x, lint l) {  
    while (l != NULL && l->valor < x) l = l->prox;  
    if (l != NULL && l->valor == x) return l;  
    else return NULL;  
}
```

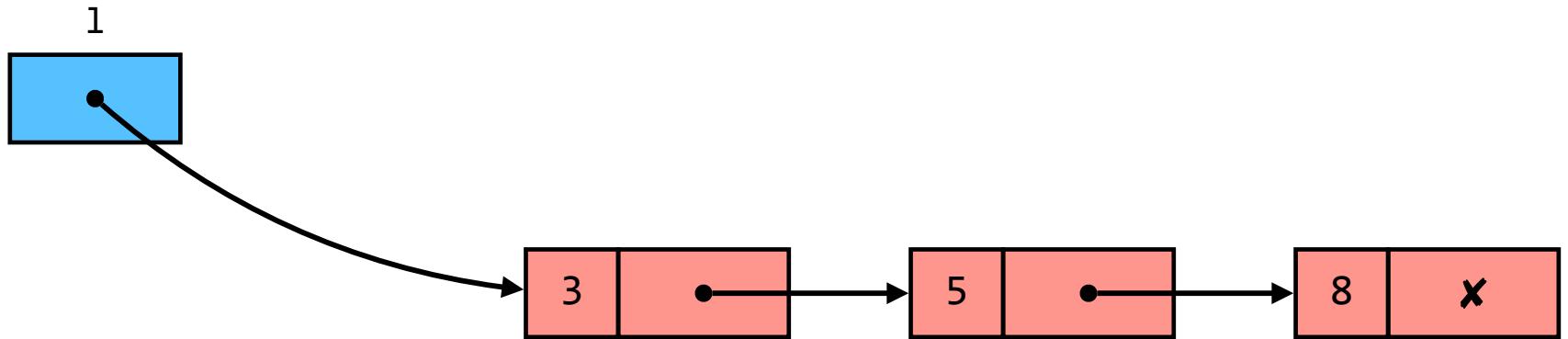
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v, 3);  
    lint m = search(5, l);  
    return 0;  
}
```



# Inserção ordenada

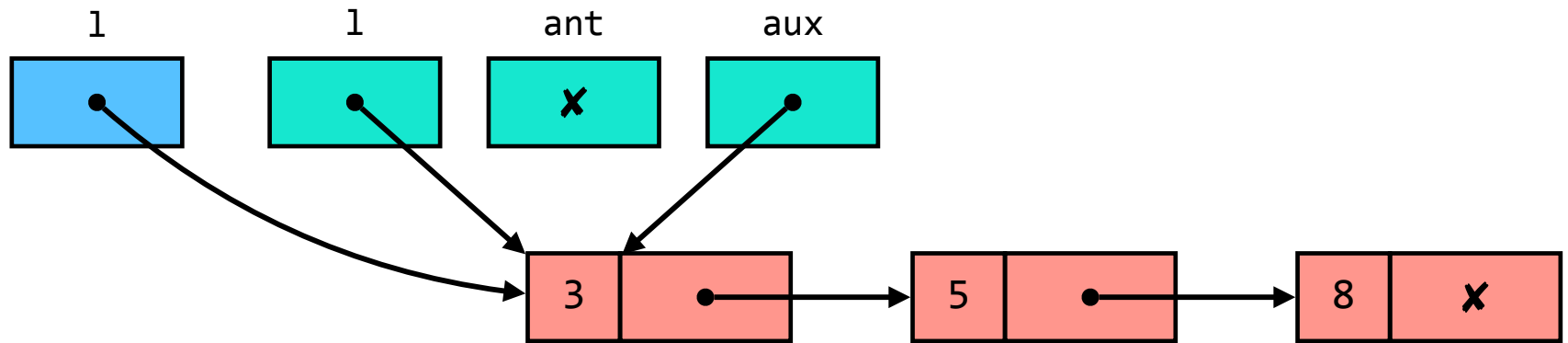
```
lint insert(int x, lint l) {  
    ...  
}
```

# Inserção ordenada



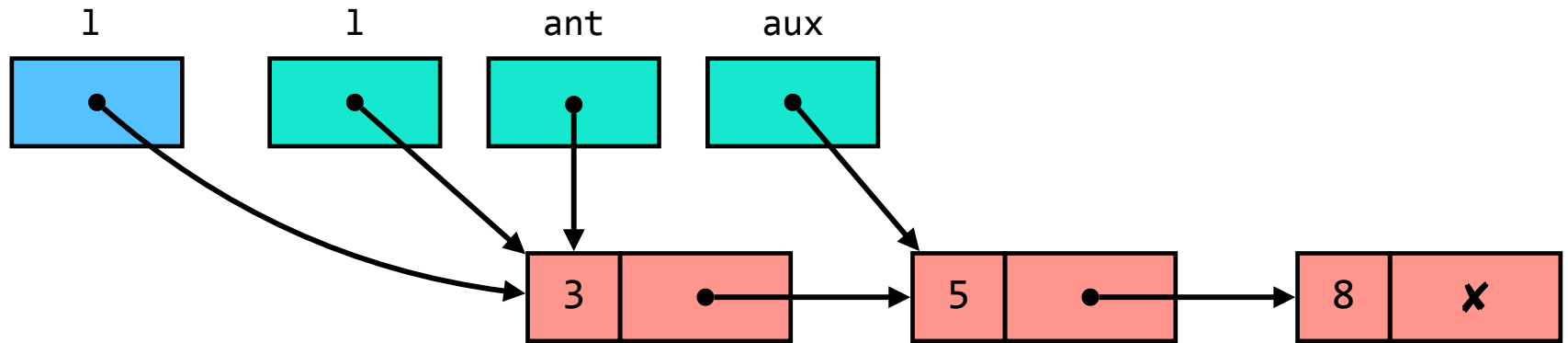
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



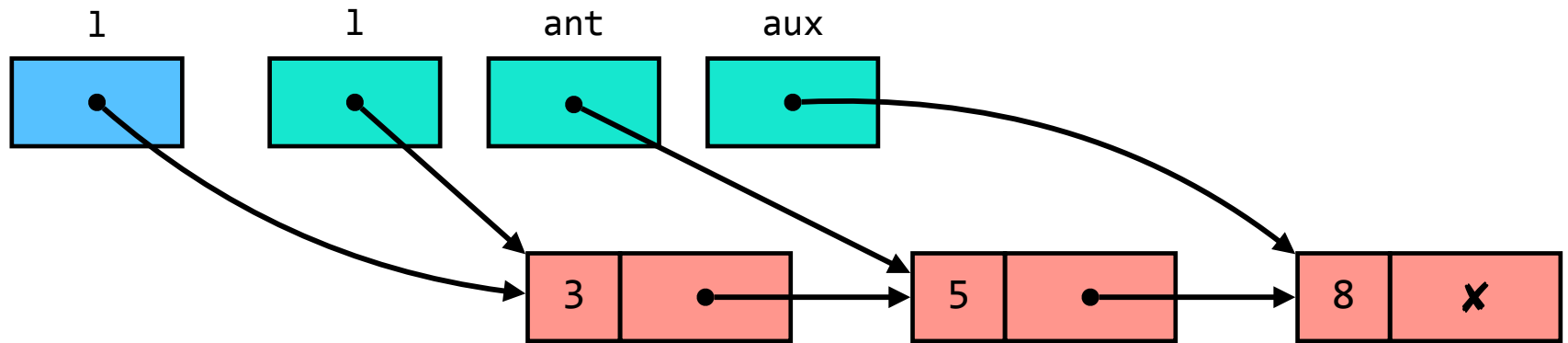
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



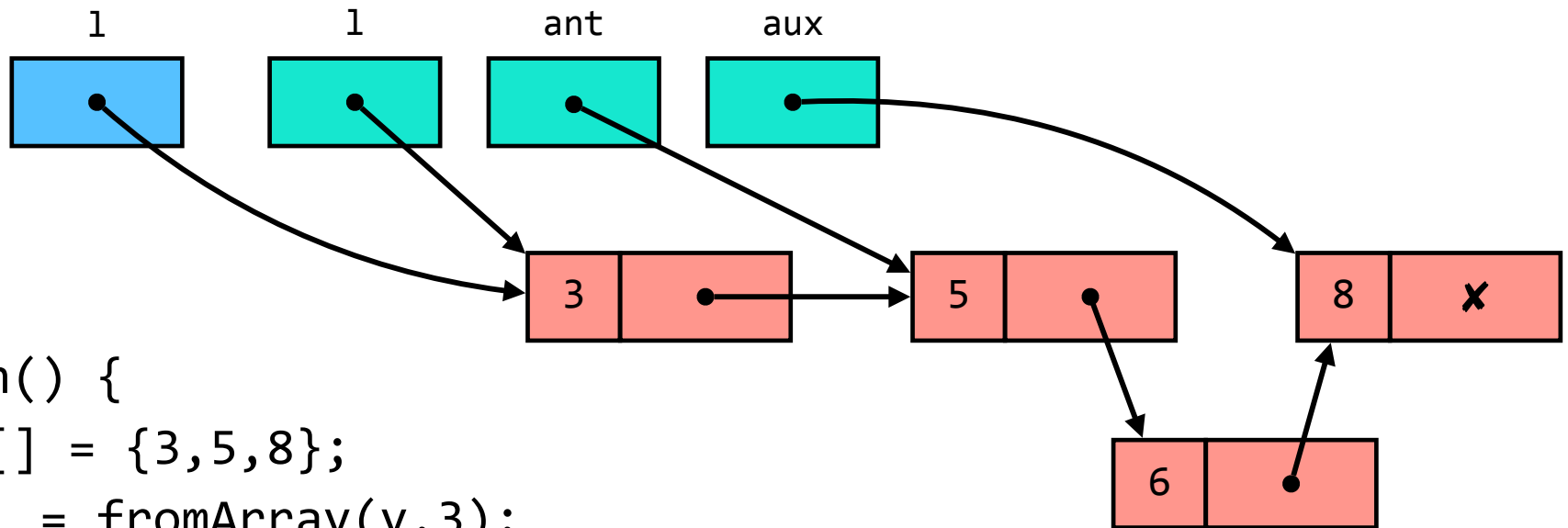
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



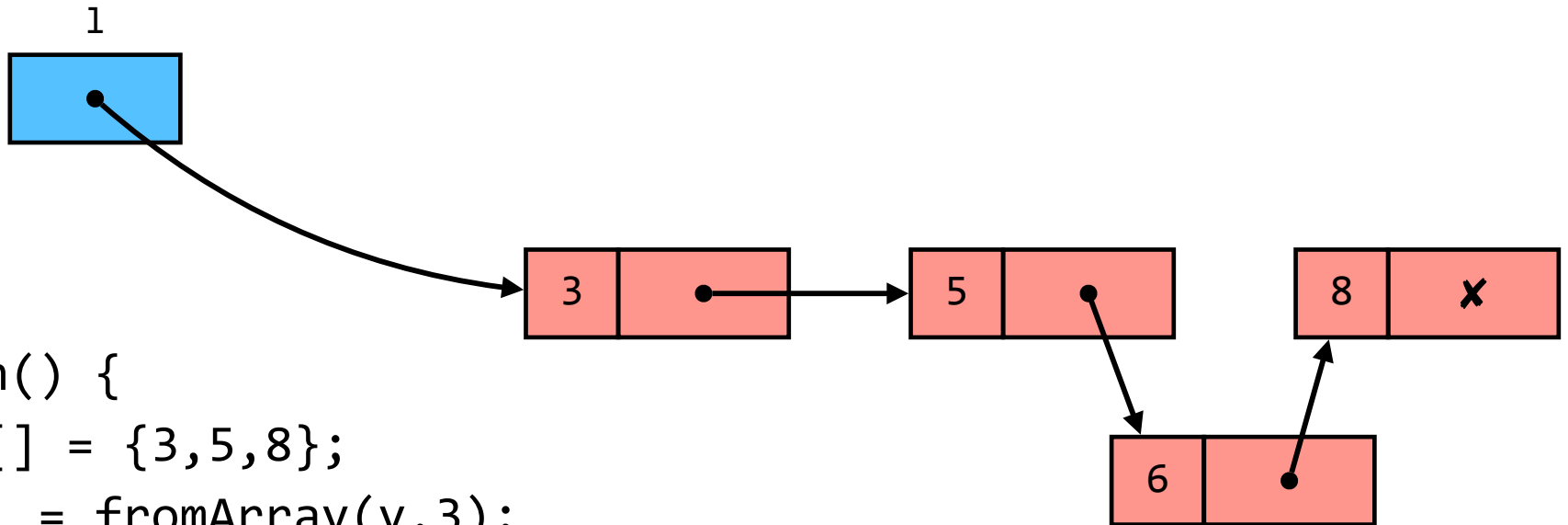
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



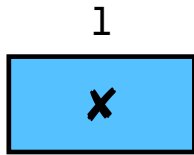
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



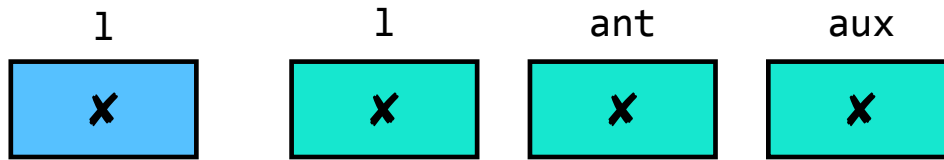
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



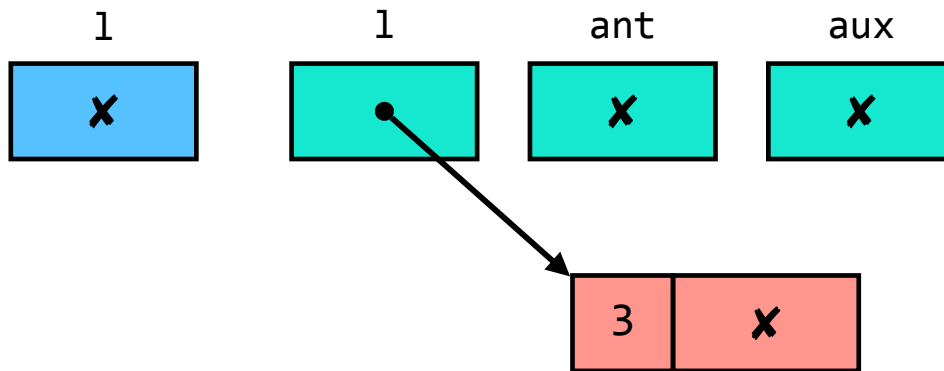
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = insert(3, l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



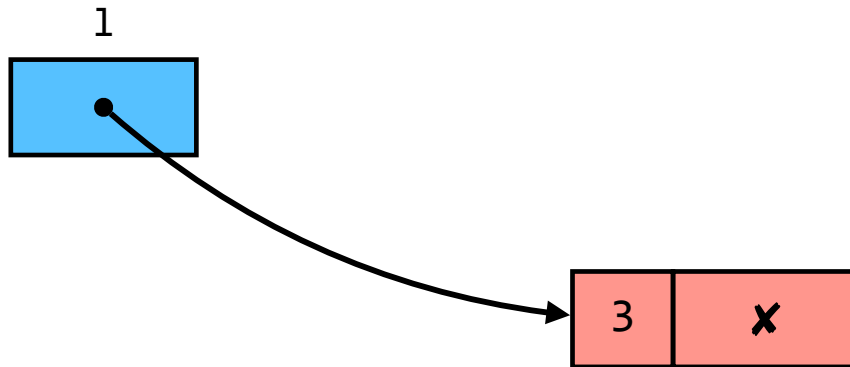
```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = insert(3,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = insert(3,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada

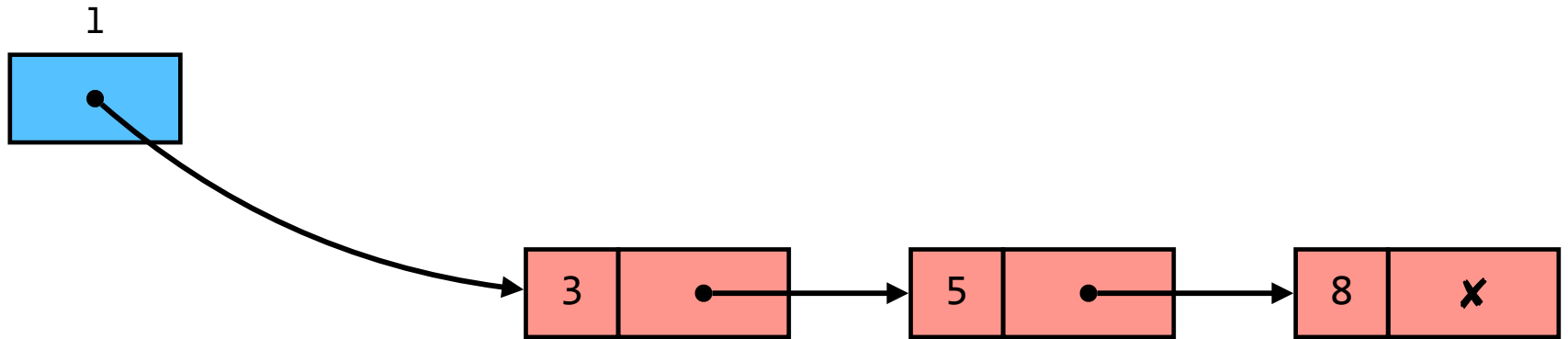


```
int main() {  
    lint l = NULL;  
    l = insert(3,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada

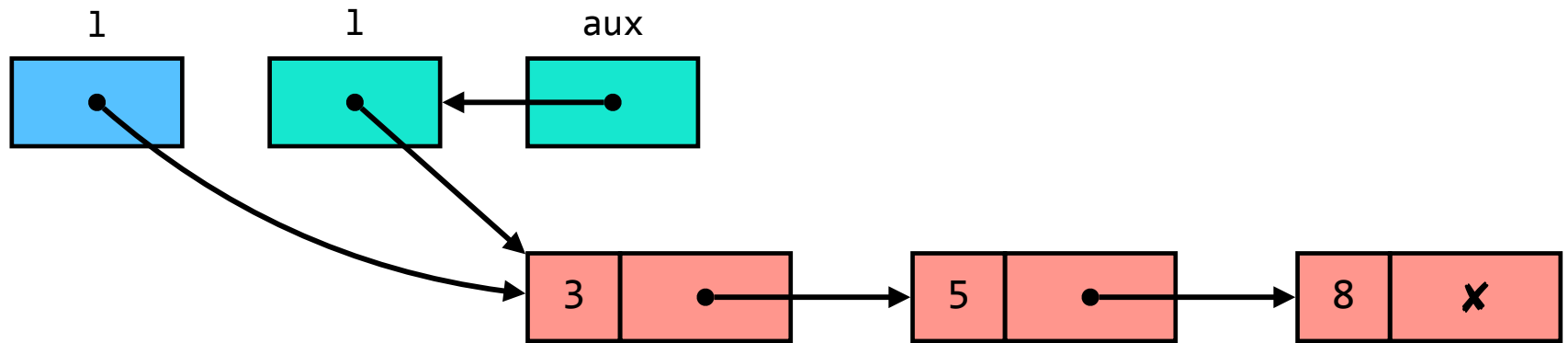
```
lint insert(int x, lint l) {  
    lint ant = NULL, aux = l;  
    while (aux != NULL && aux->valor < x) {  
        ant = aux;  
        aux = aux->prox;  
    }  
    if (ant == NULL) l = cons(x, l);  
    else ant->prox = cons(x, aux);  
    return l;  
}
```

# Inserção ordenada



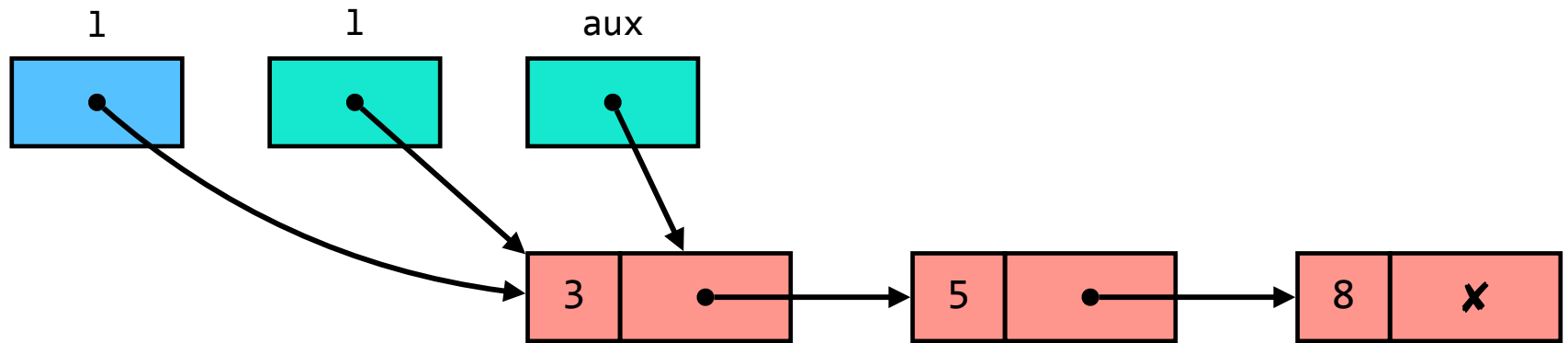
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



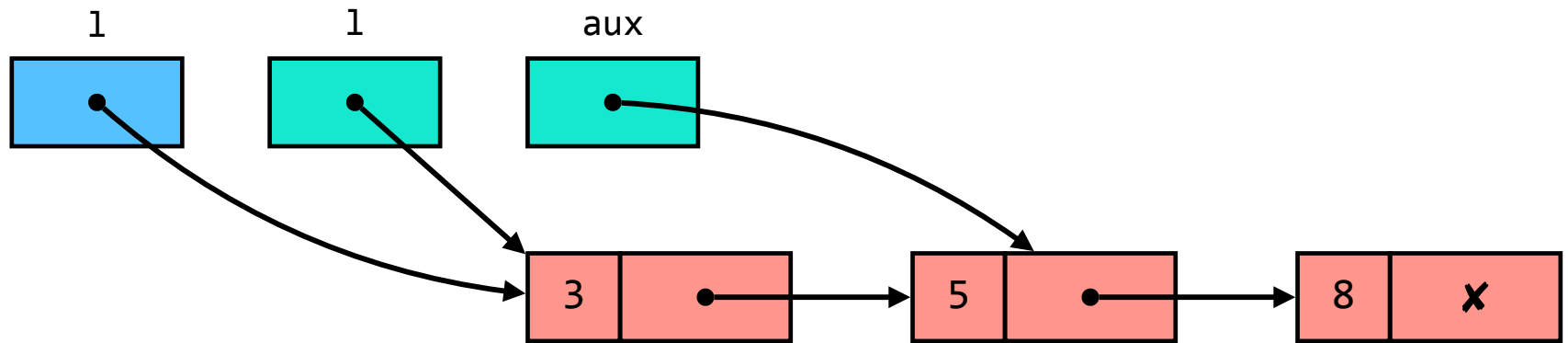
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



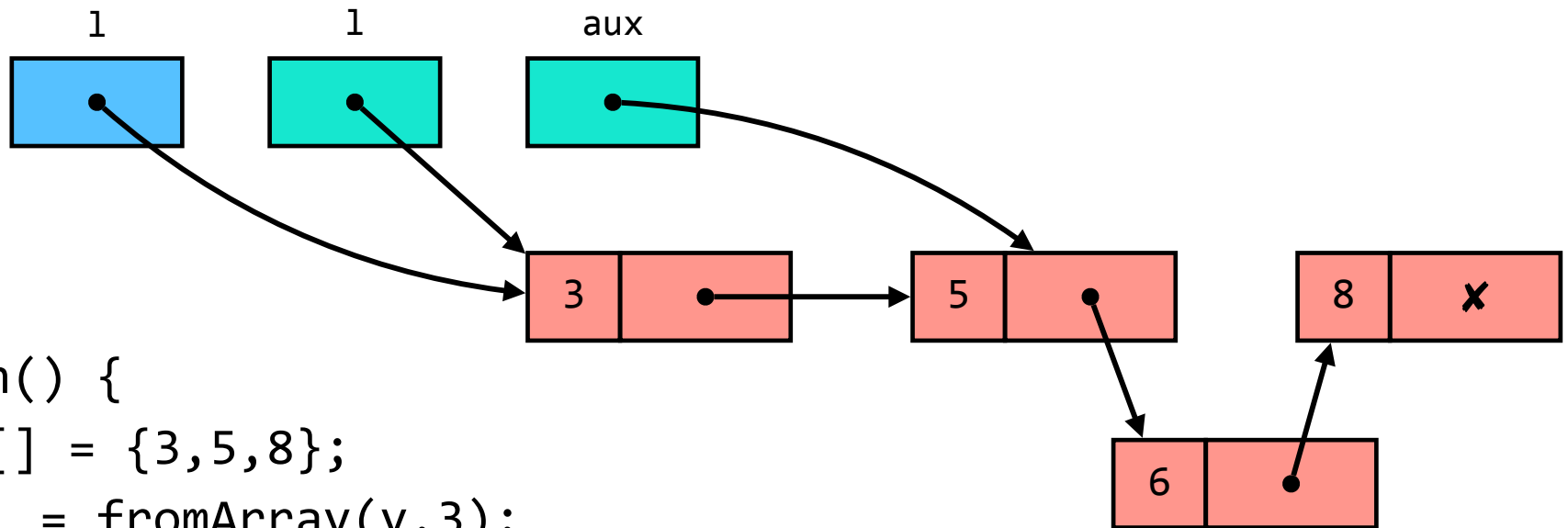
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



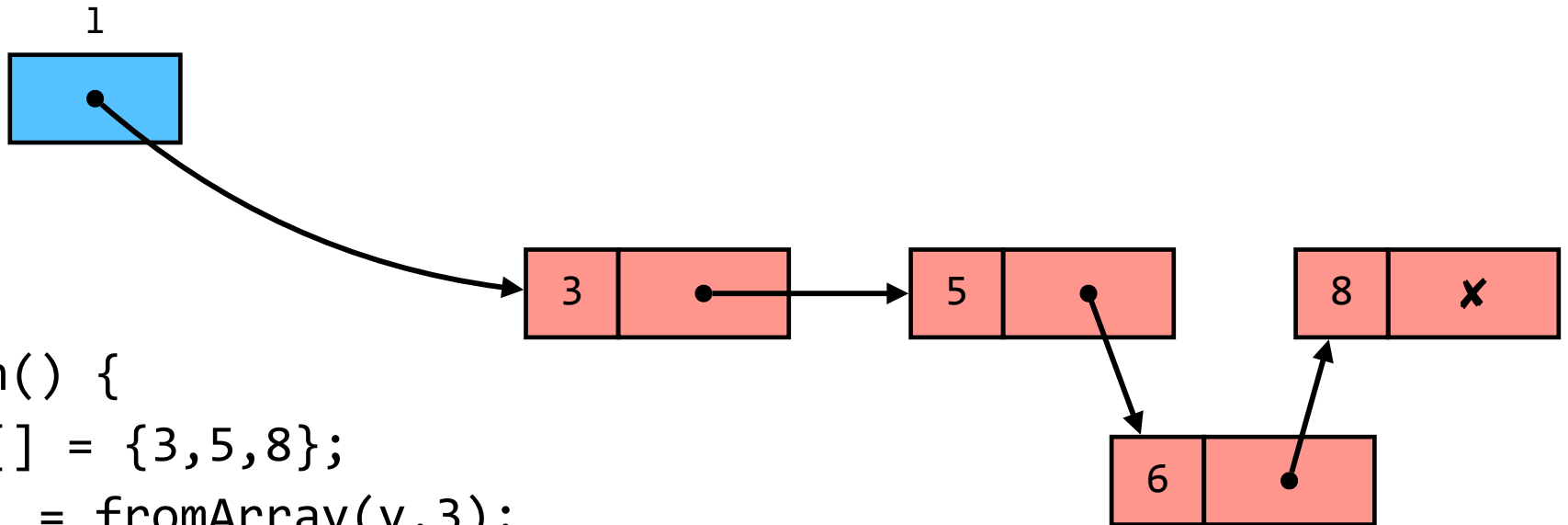
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada



```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = insert(6,l);  
    return 0;  
}
```

# Inserção ordenada

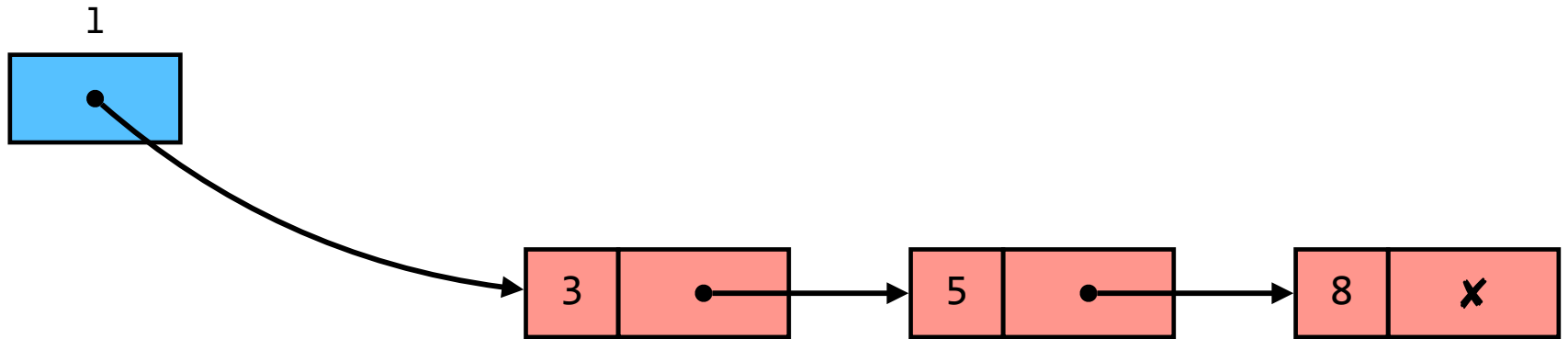
```
lint insert(int x, lint l) {  
    lint *aux = &l;  
    while ((*aux) != NULL && (*aux)->valor < x) {  
        aux = &((*aux)->prox);  
    }  
    *aux = cons(x, *aux);  
    return l;  
}
```

# Aula 18

# Remoção ordenada

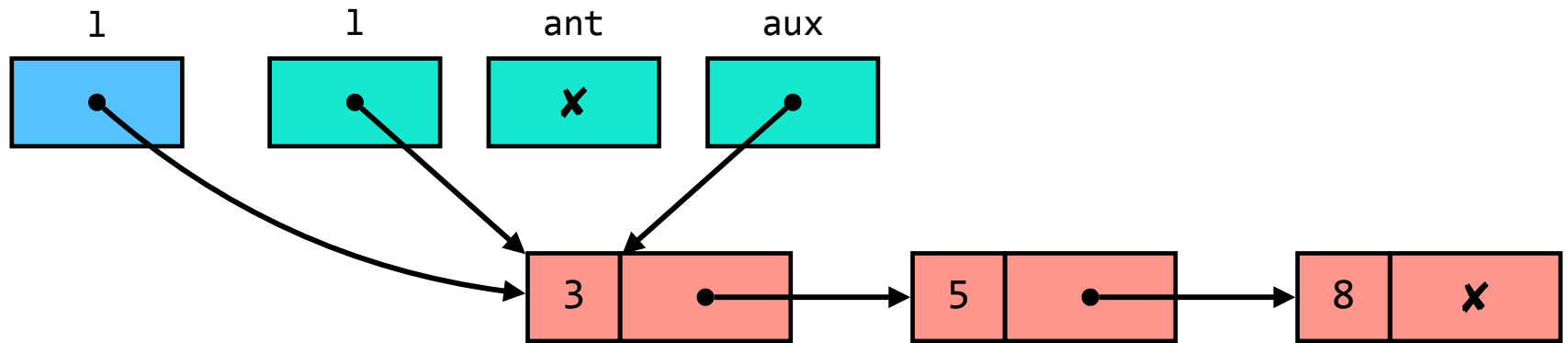
```
lint delete(int x, lint l) {  
    ...  
}
```

# Remoção ordenada



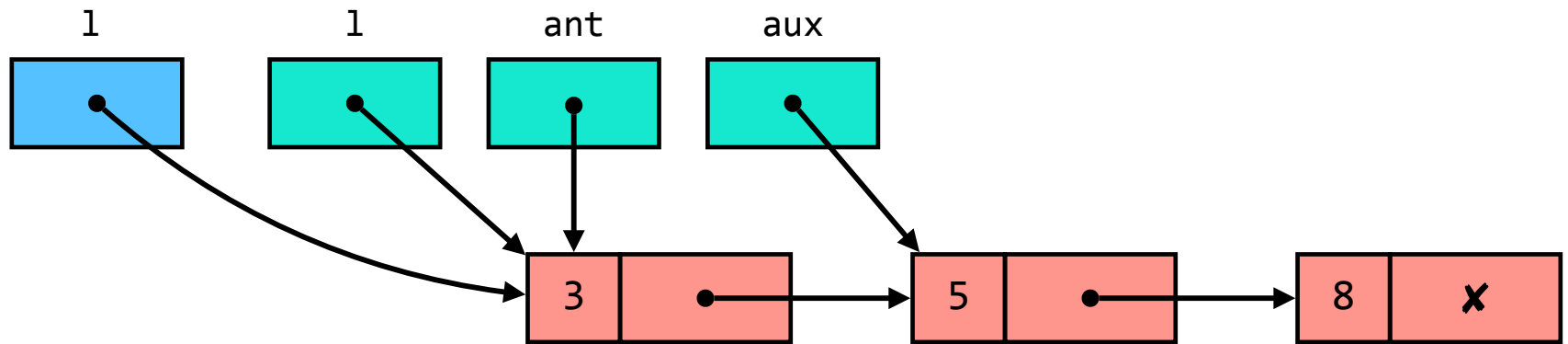
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



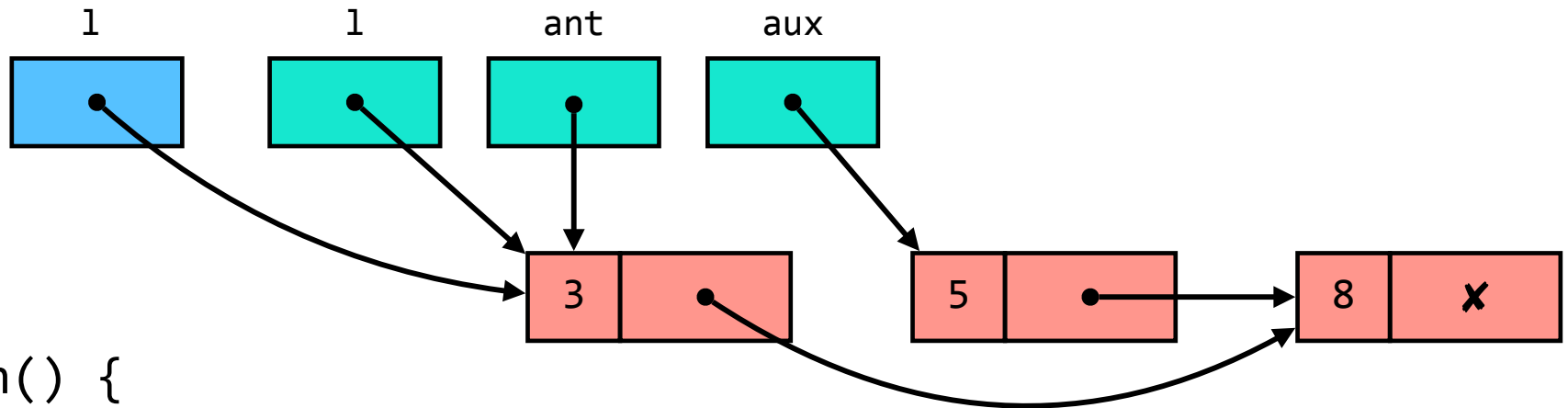
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



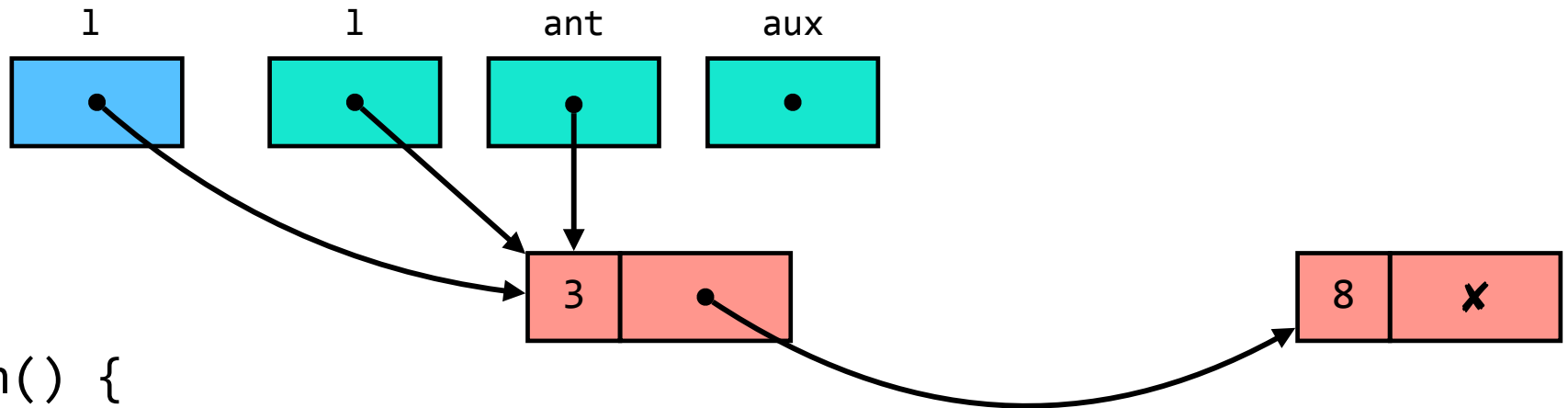
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



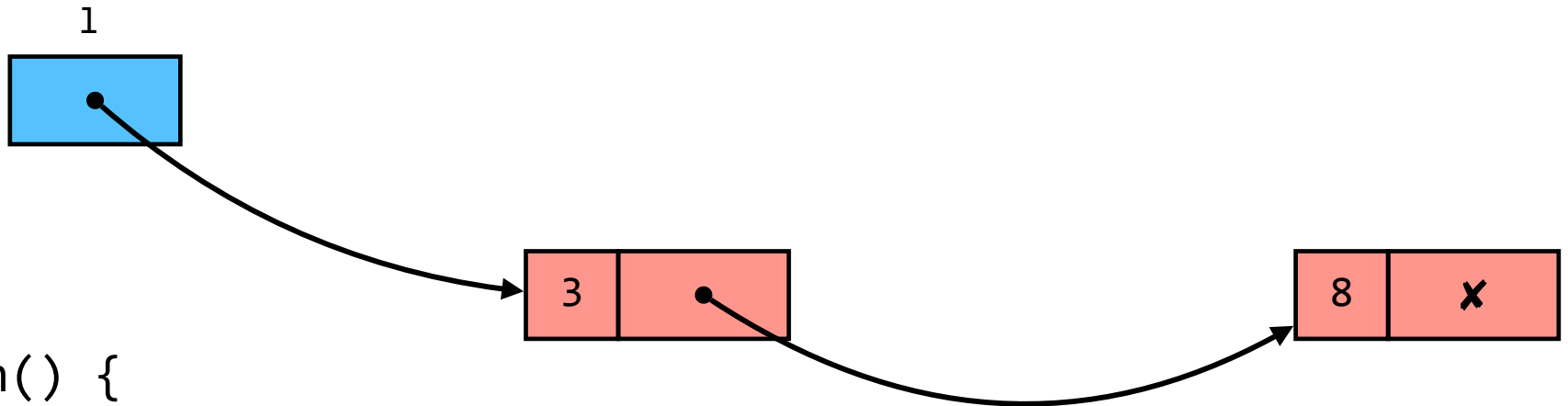
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada

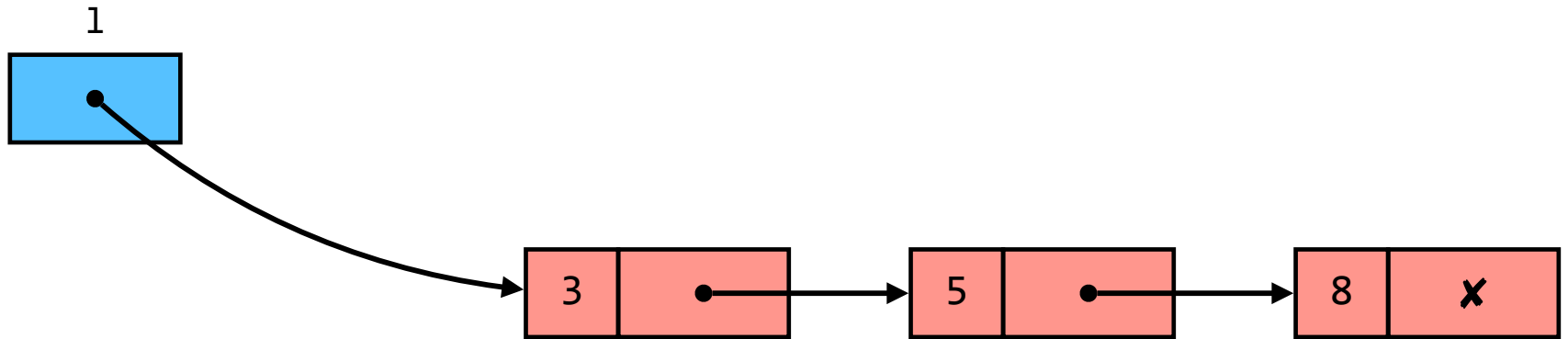


```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada

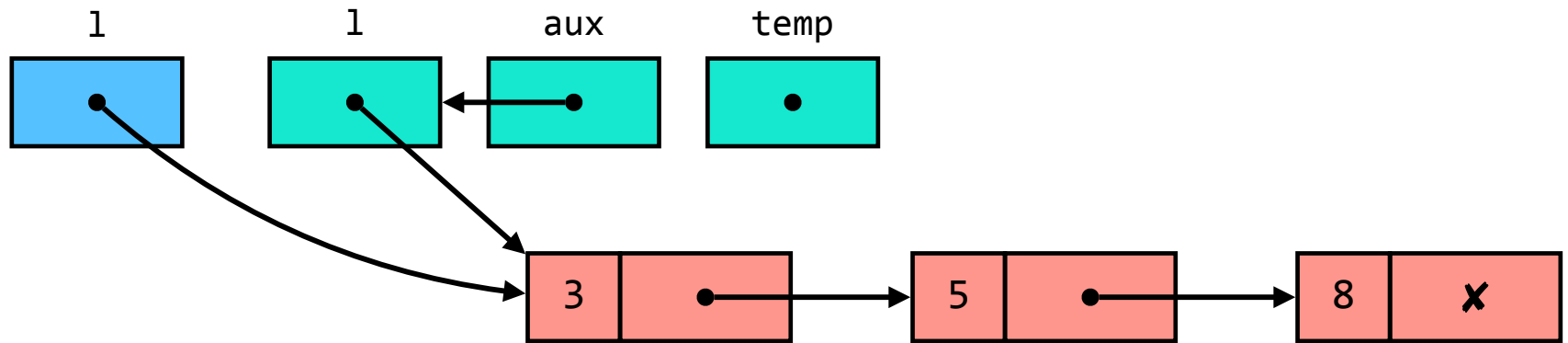
```
lint delete(int x, lint l) {  
    lint ant = NULL, aux = l;  
    while (aux != NULL && aux->valor < x) {  
        ant = aux;  
        aux = aux->prox;  
    }  
    if (aux == NULL || aux->valor != x) return l;  
    if (ant == NULL) l = aux->prox;  
    else ant->prox = aux->prox;  
    free(aux);  
    return l;  
}
```

# Remoção ordenada



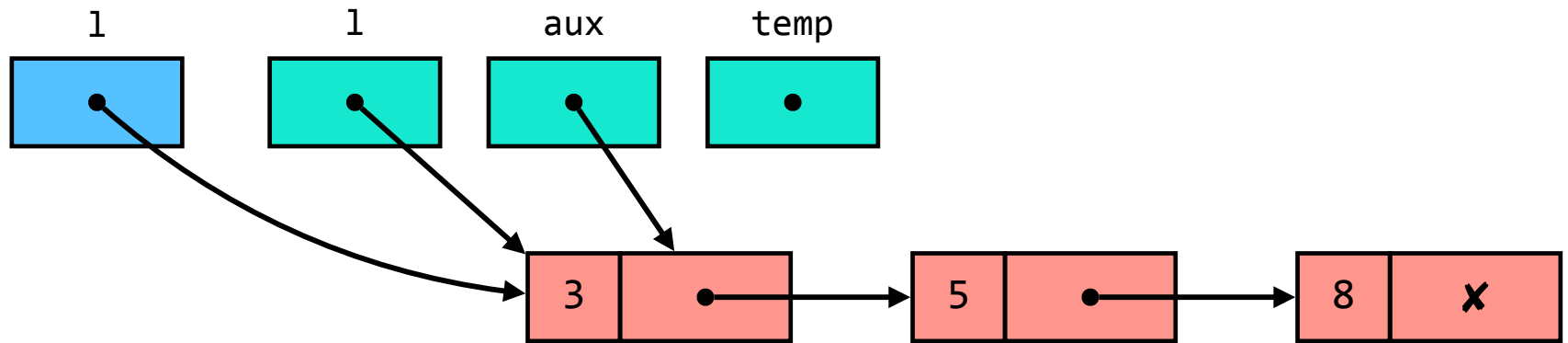
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



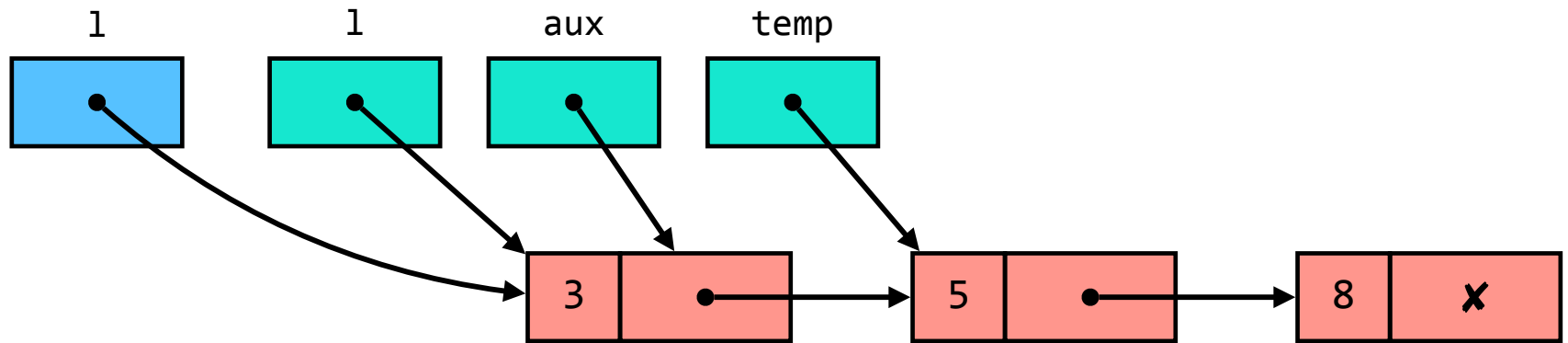
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



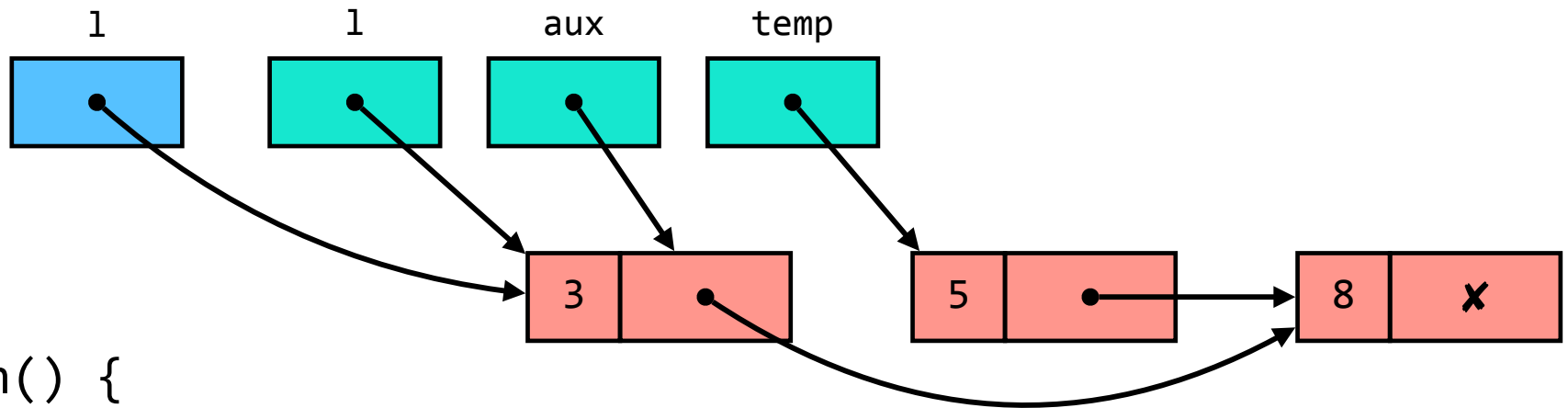
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



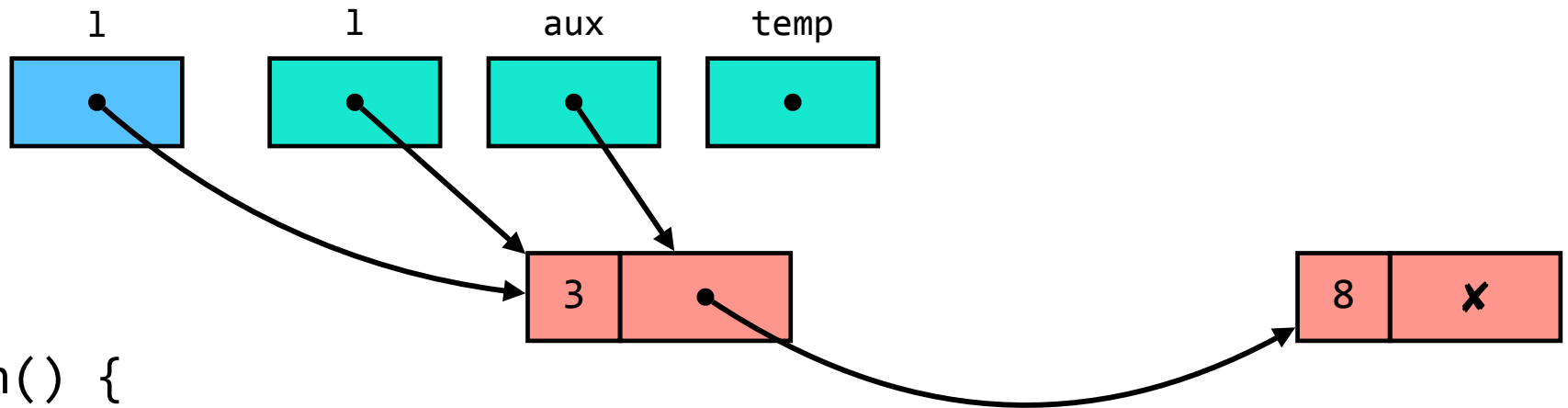
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



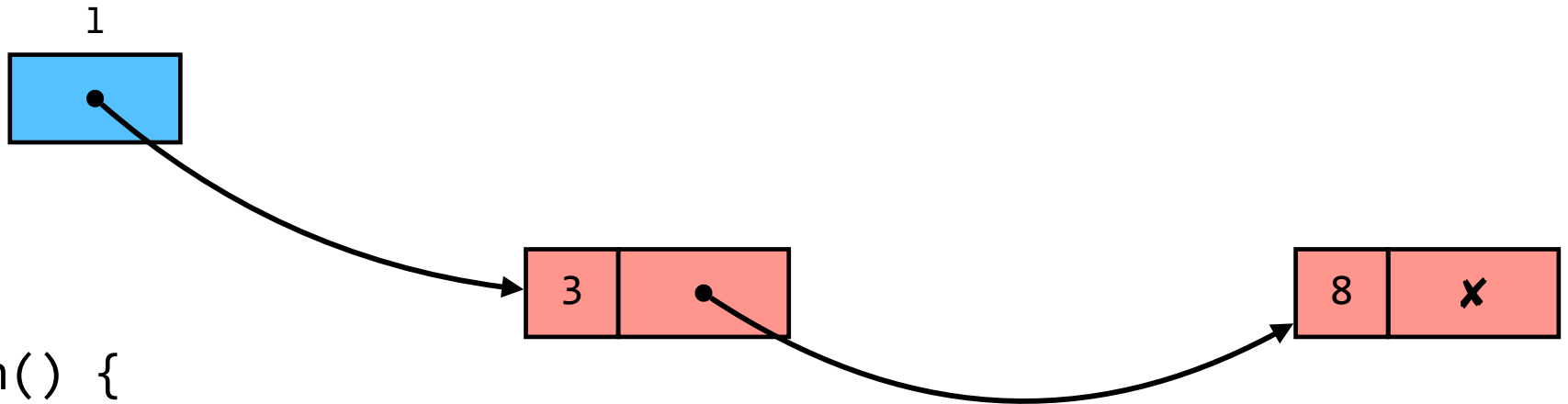
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada



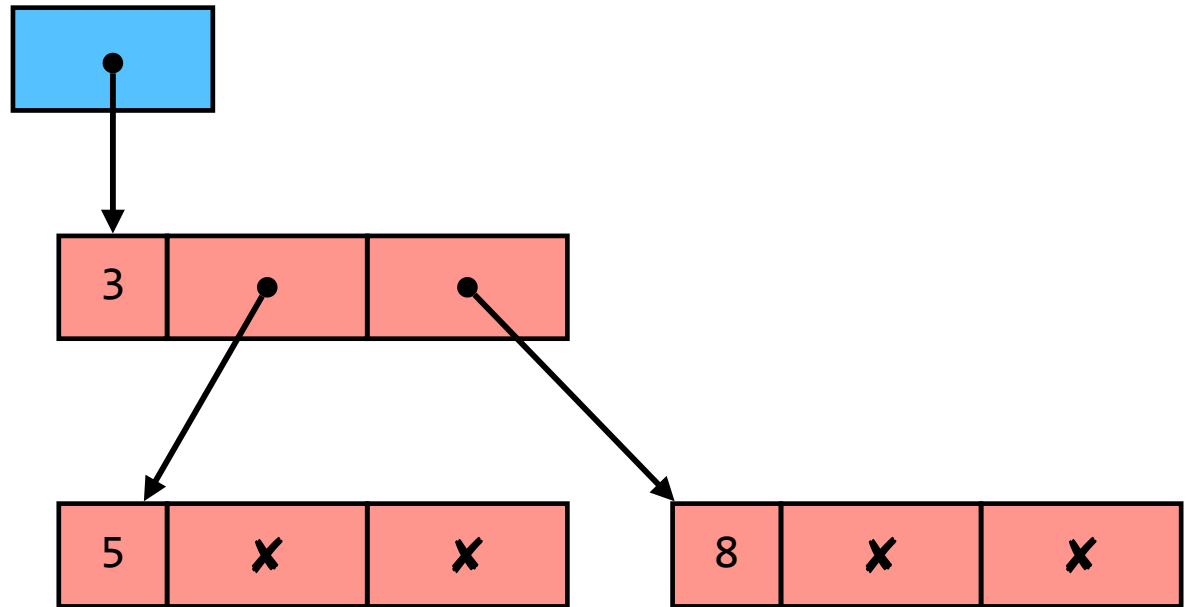
```
int main() {  
    int v[] = {3,5,8};  
    lint l = fromArray(v,3);  
    l = delete(5,l);  
    return 0;  
}
```

# Remoção ordenada

```
lint delete(int x, lint l) {  
    lint *aux = &l, temp;  
    while ((*aux) != NULL && (*aux)->valor < x) {  
        aux = &((*aux)->prox);  
    }  
    if ((*aux) == NULL || (*aux)->valor != x) return l;  
    temp = *aux;  
    *aux = (*aux)->prox;  
    free(temp);  
    return l;  
}
```

# Aula 19

# Árvores binárias



```
typedef struct abin_no {  
    int valor;  
    struct abin_no *esq, *dir;  
} *abin;
```

# Disclaimer

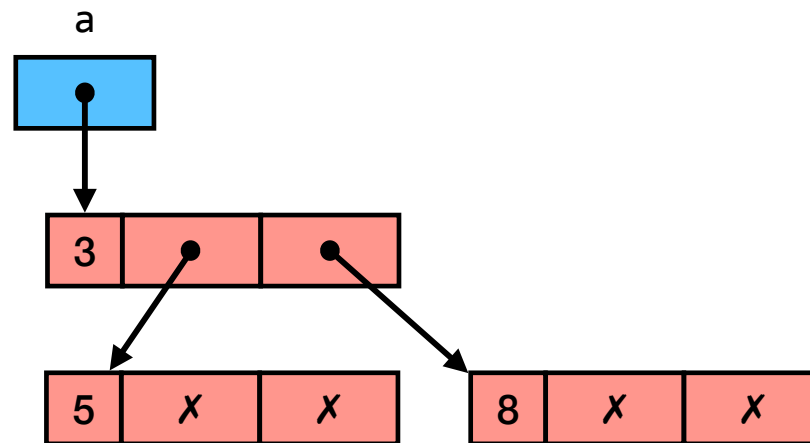


# Inserção na raiz

```
abin mkroot(int x, abin e, abin d) {  
    abin new = malloc(sizeof(struct abin_no));  
    new->valor = x;  
    new->esq = e;  
    new->dir = d;  
    return new;  
}
```

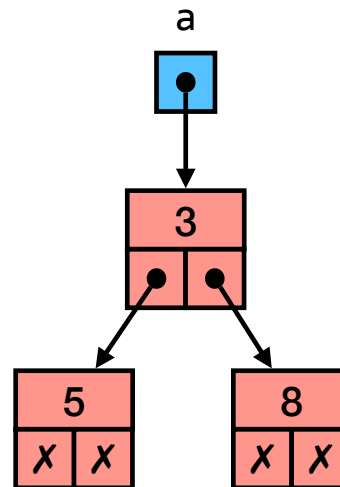
# Inserção na raiz

```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    return 0;  
}
```



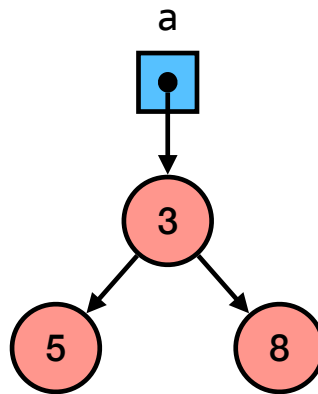
# Inserção na raiz

```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    return 0;  
}
```



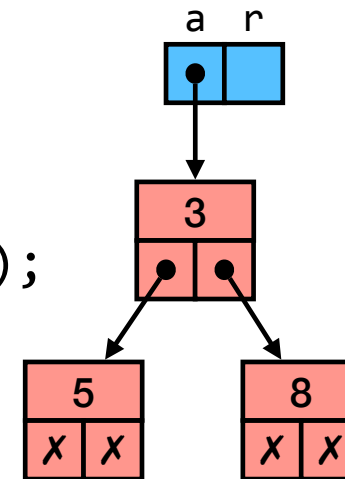
# Inserção na raiz

```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    return 0;  
}
```



# Tamanho

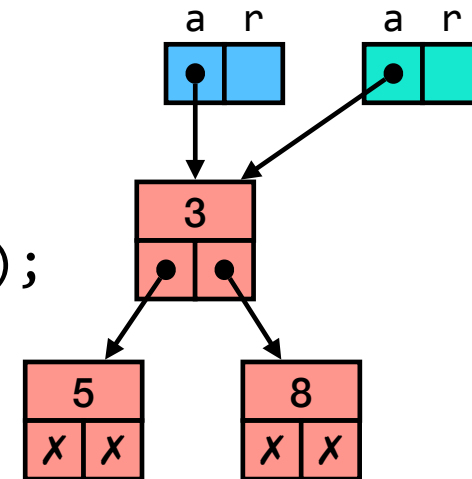
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```

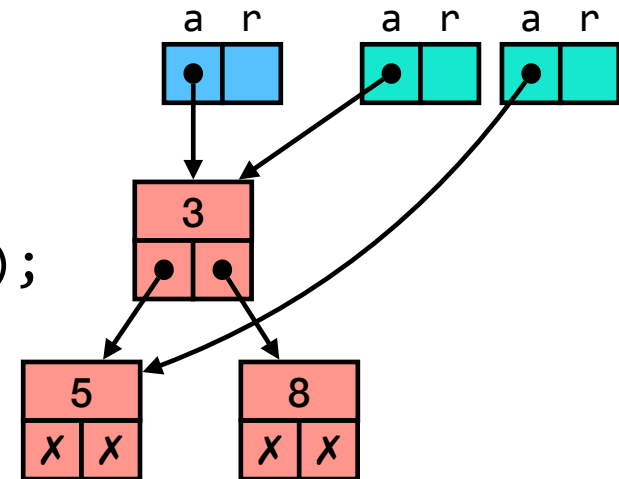


```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

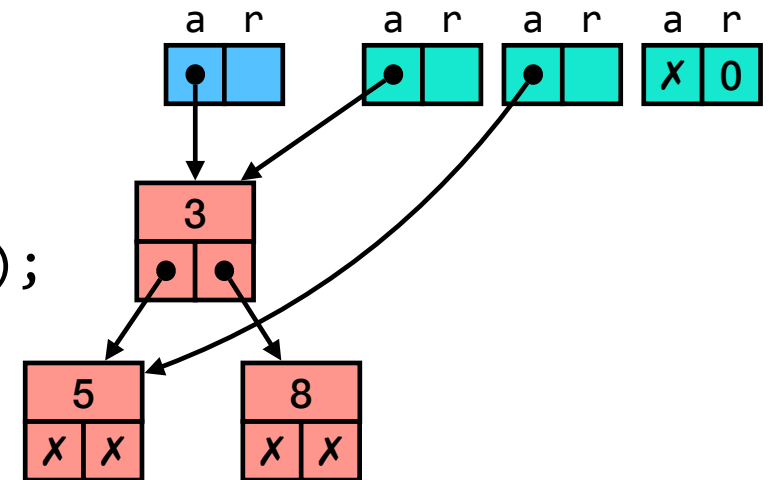
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```

```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```



# Tamanho

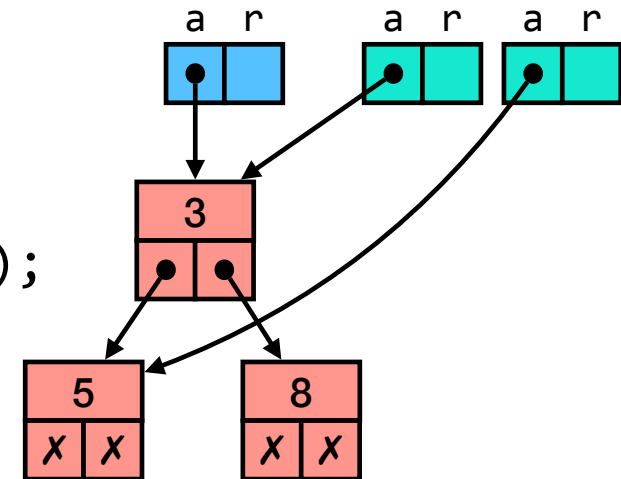
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

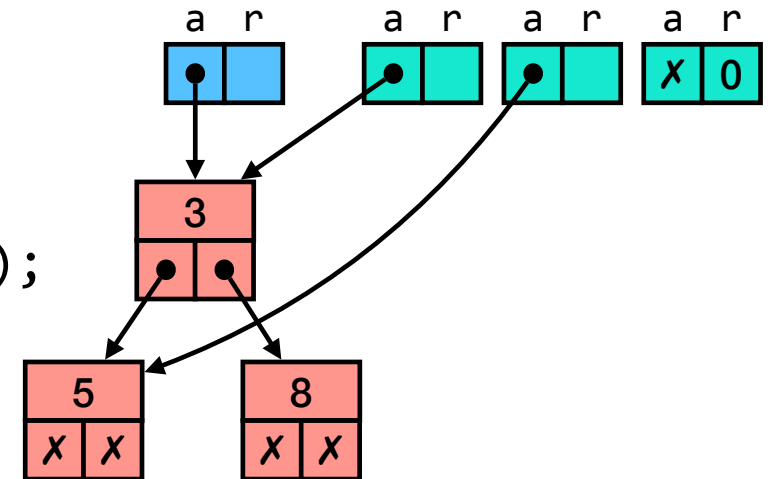
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

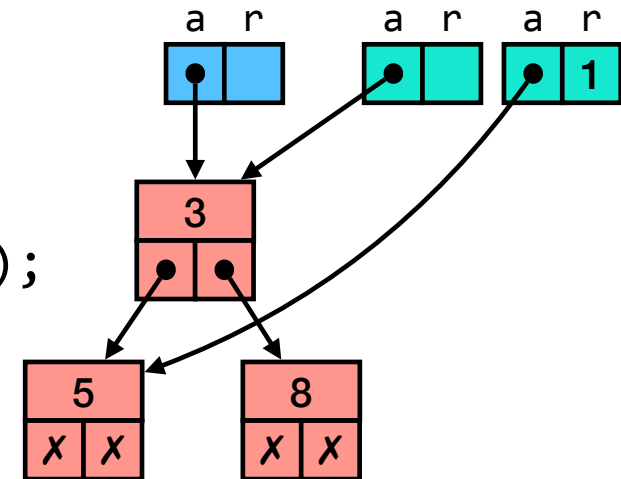
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

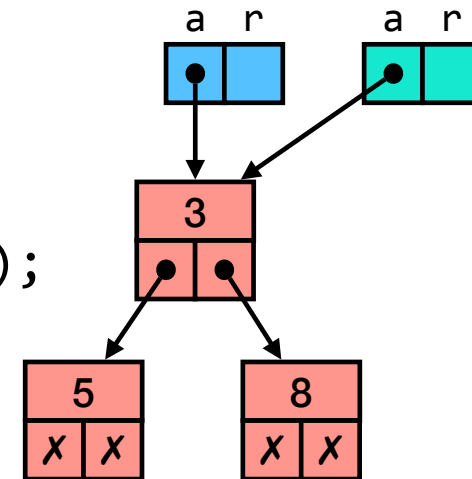
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

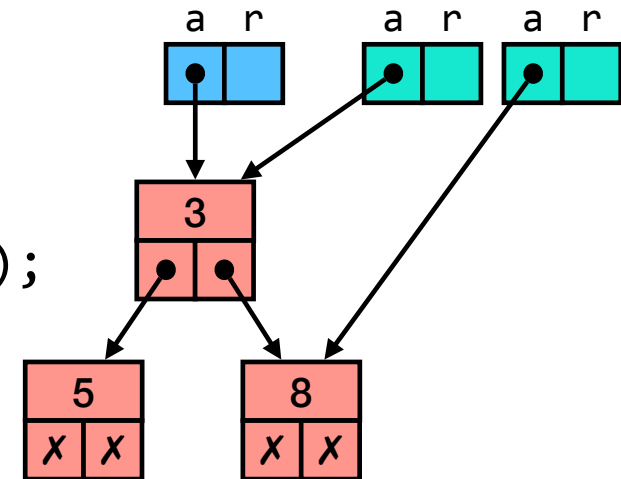
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

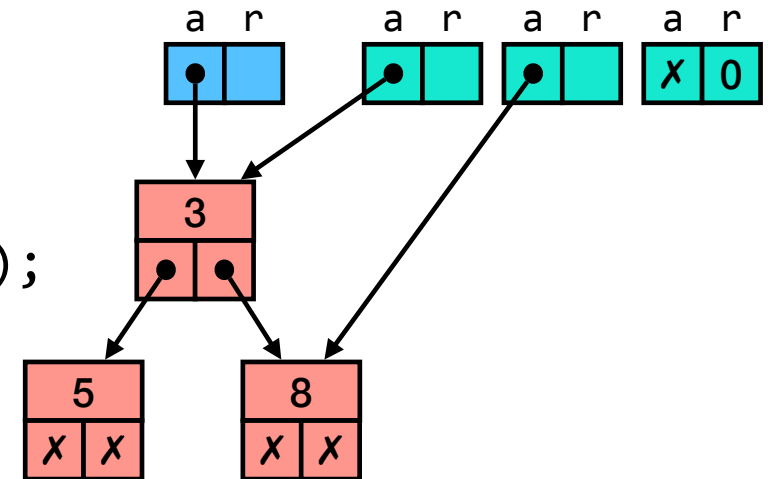
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

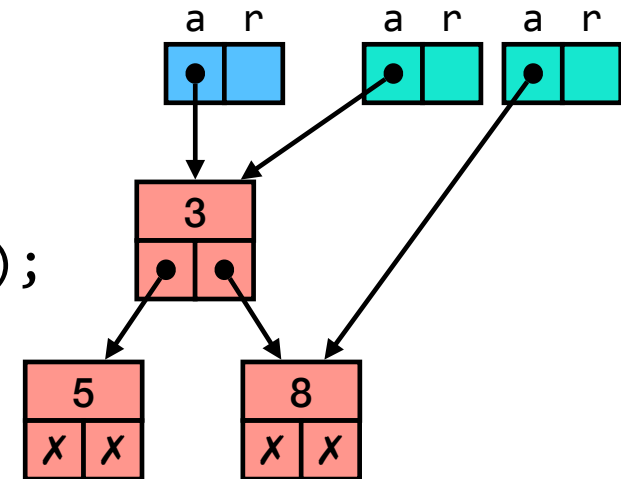
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

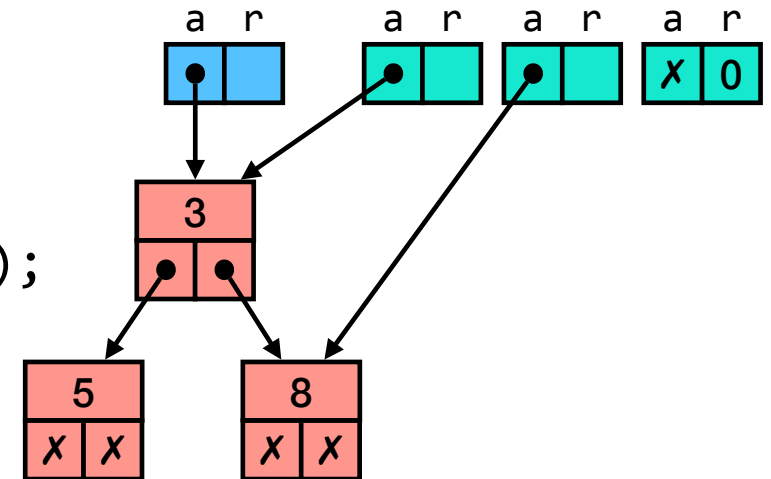
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

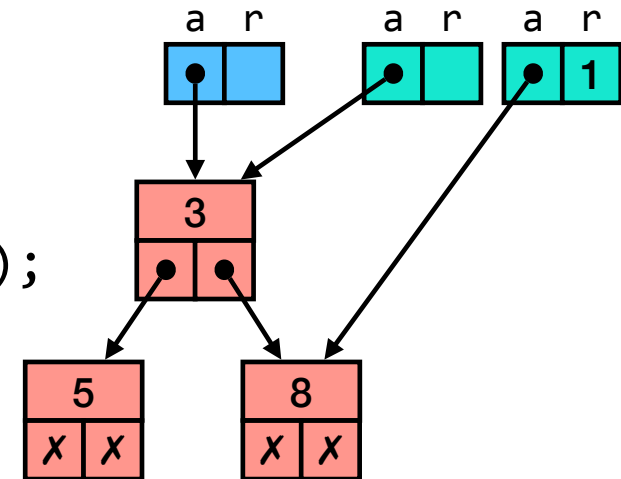
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

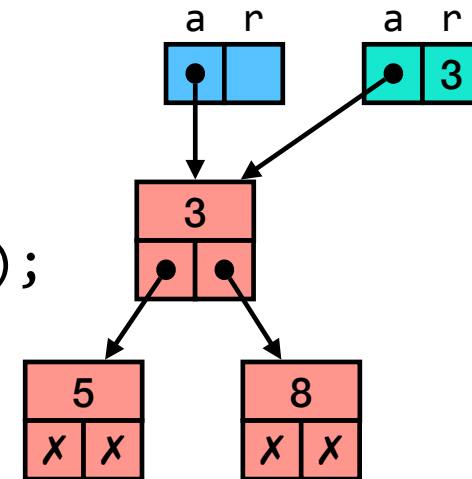
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

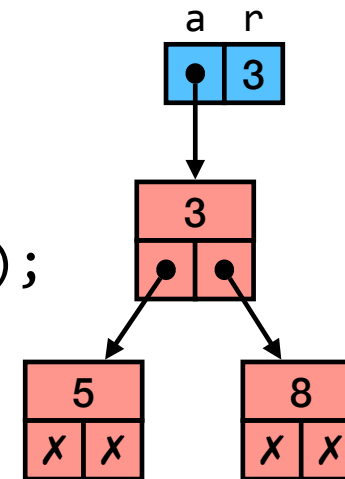
```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Tamanho

```
int size(abin a) {  
    int r;  
    if (a == NULL) r = 0;  
    else r = 1 + size(a->esq) + size(a->dir);  
    return r;  
}
```



```
int main() {  
    abin a = mkroot(3, mkroot(5, NULL, NULL), mkroot(8, NULL, NULL));  
    int r = size(a);  
    return 0;  
}
```

# Criação a partir de array

```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a = NULL;  
    for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, NULL);  
    return a;  
}
```



```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```

# Criação a partir de array

```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a = NULL;  
    for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, NULL);  
    return a;  
}
```

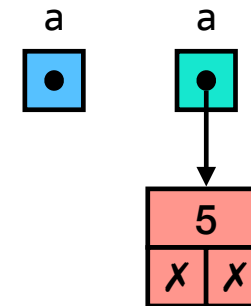


```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```

# Criação a partir de array

```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a = NULL;  
    for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, NULL);  
    return a;  
}
```

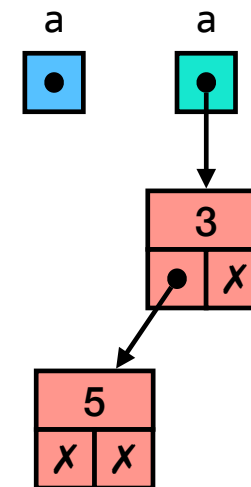
```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```



# Criação a partir de array

```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a = NULL;  
    for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, NULL);  
    return a;  
}
```

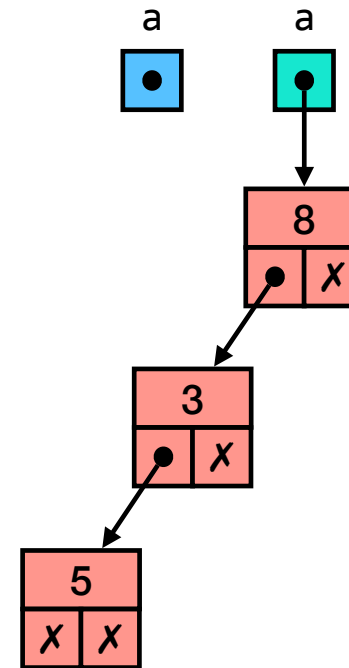
```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```



# Criação a partir de array

```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a = NULL;  
    for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, NULL);  
    return a;  
}
```

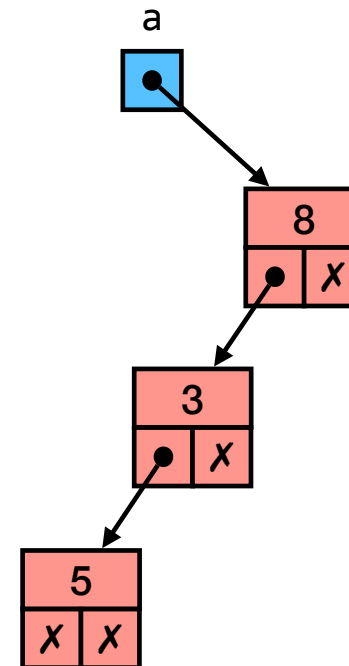
```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```



# Criação a partir de array

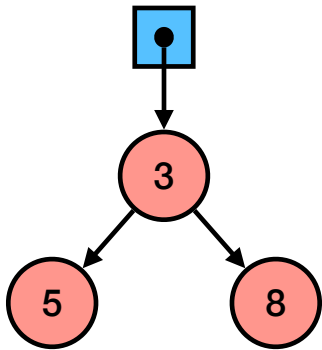
```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a = NULL;  
    for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, NULL);  
    return a;  
}
```

```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```

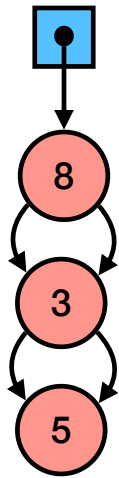


# #26 Que árvore vai ser criada?

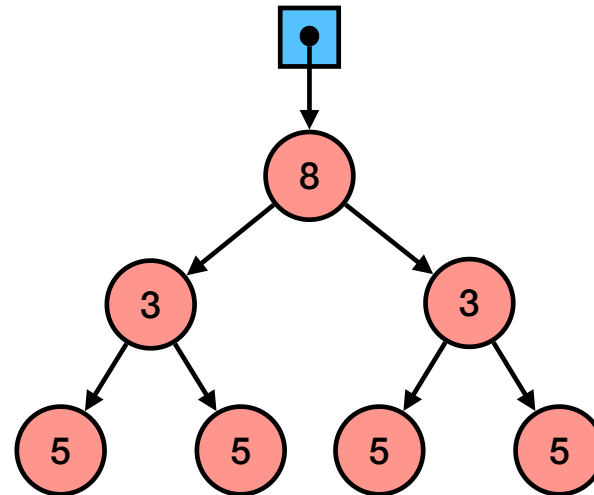
```
int v[] = {5,3,8}; abin a = NULL;  
for (int i = 0; i < N; i++) a = mkroot(v[i], a, a);
```



A



B



C



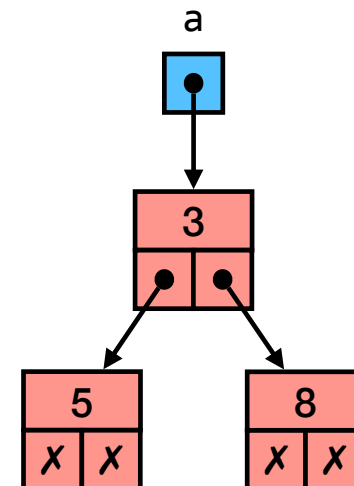
# #26 Que árvore vai ser criada?



# Criação a partir de array

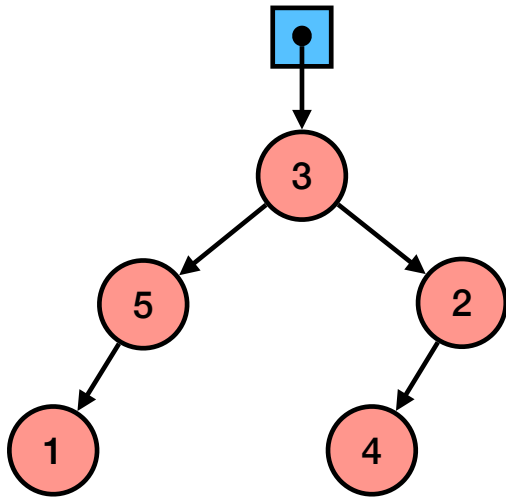
```
abin fromArray(int v[], int N) {  
    abin a;  
    if (N == 0) a = NULL;  
    else {  
        int m = N / 2;  
        abin l = fromArray(v, m);  
        abin r = fromArray(v+m+1, N-m-1);  
        a = mkroot(v[m], l, r);  
    }  
    return a;  
}
```

```
int main() {  
    int v[] = {5,3,8};  
    abin a = fromArray(v, 3);  
    return 0;  
}
```

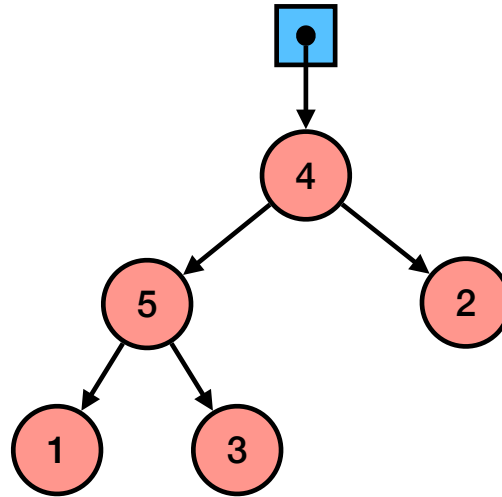


## #27 Que árvore balanceada vai ser criada?

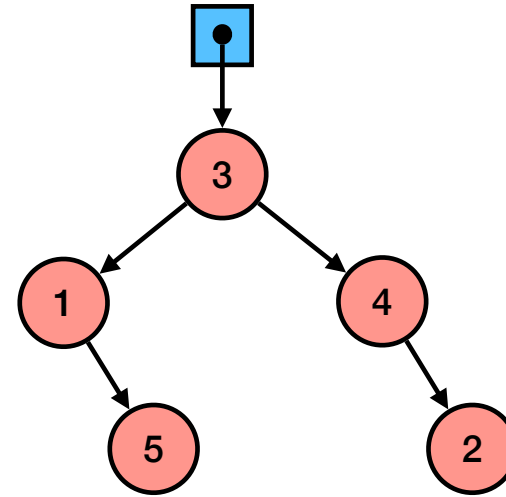
```
int v[] = {1,5,3,4,2}; abin a = fromArray(v, 5);
```



A



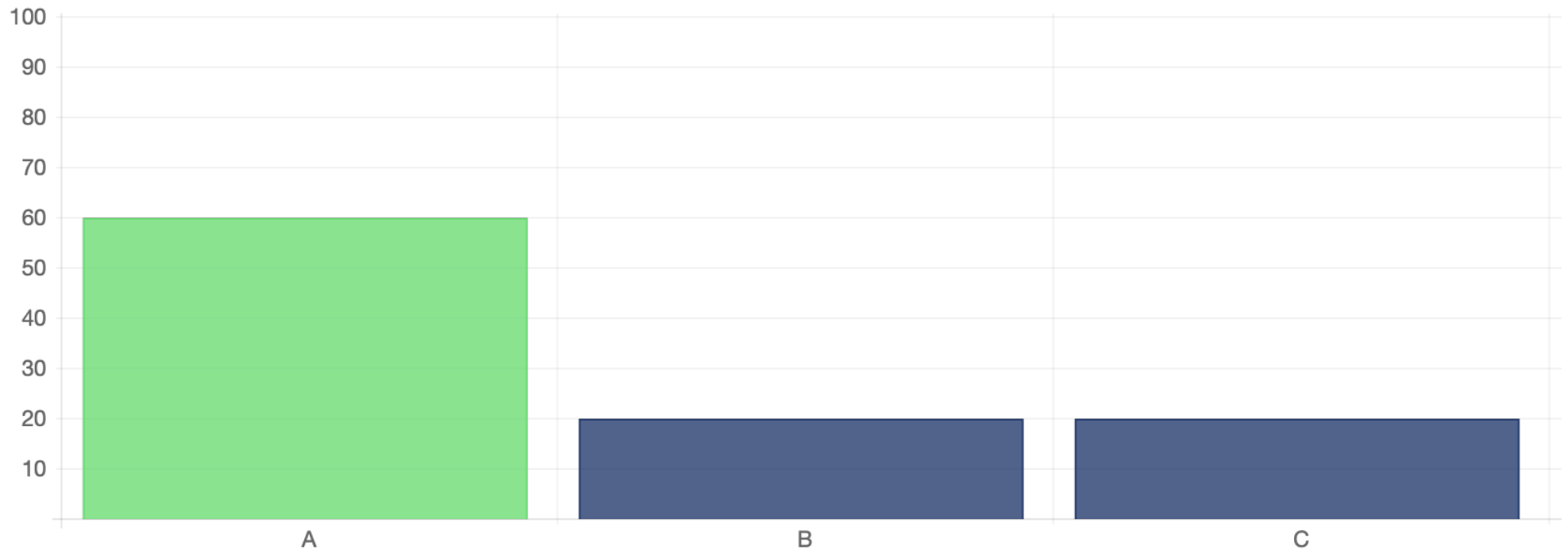
B



C



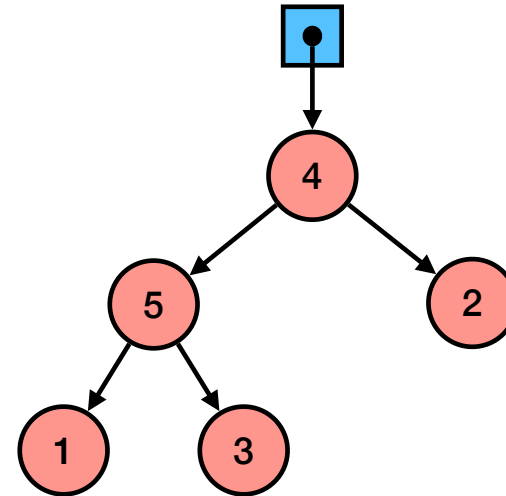
## #27 Que árvore balanceada vai ser criada?



# Aula 20

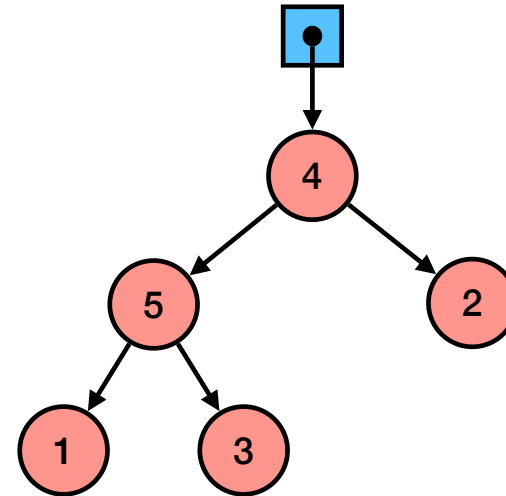
# Travessia inorder

```
void inorder(abin a) {  
    if (a == NULL) return;  
    inorder(a->esq);  
    printf("%d\n", a->valor);  
    inorder(a->dir);  
}
```



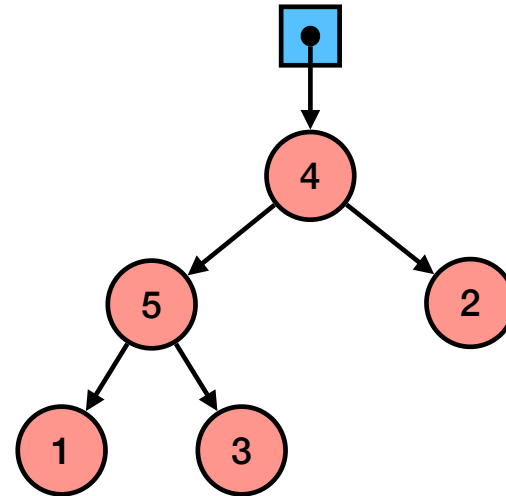
# Travessia preorder

```
void preorder(abin a) {  
    if (a == NULL) return;  
    printf("%d\n", a->valor);  
    preorder(a->esq);  
    preorder(a->dir);  
}
```



# Travessia postorder

```
void postorder(abin a) {  
    if (a == NULL) return;  
    postorder(a->esq);  
    postorder(a->dir);  
    printf("%d\n", a->valor);  
}
```



# Copiar para array inorder

```
int toArrayInorder(abin a, int v[]) {  
    int l, r;  
    if (a == NULL) return 0;  
    l = toArrayInorder(a->esq, v);  
    v[l] = a->valor;  
    r = toArrayInorder(a->dir, v+1+l);  
    return 1+l+r;  
}
```

# Copiar para array preorder

```
int toArrayPreorder(abin a, int v[]) {  
    int l, r;  
    if (a == NULL) return 0;  
    v[0] = a->valor;  
    l = toArrayPreorder(a->esq, v+1);  
    r = toArrayPreorder(a->dir, v+1+l);  
    return 1+l+r;  
}
```

# #29 Como copiar para array postorder?

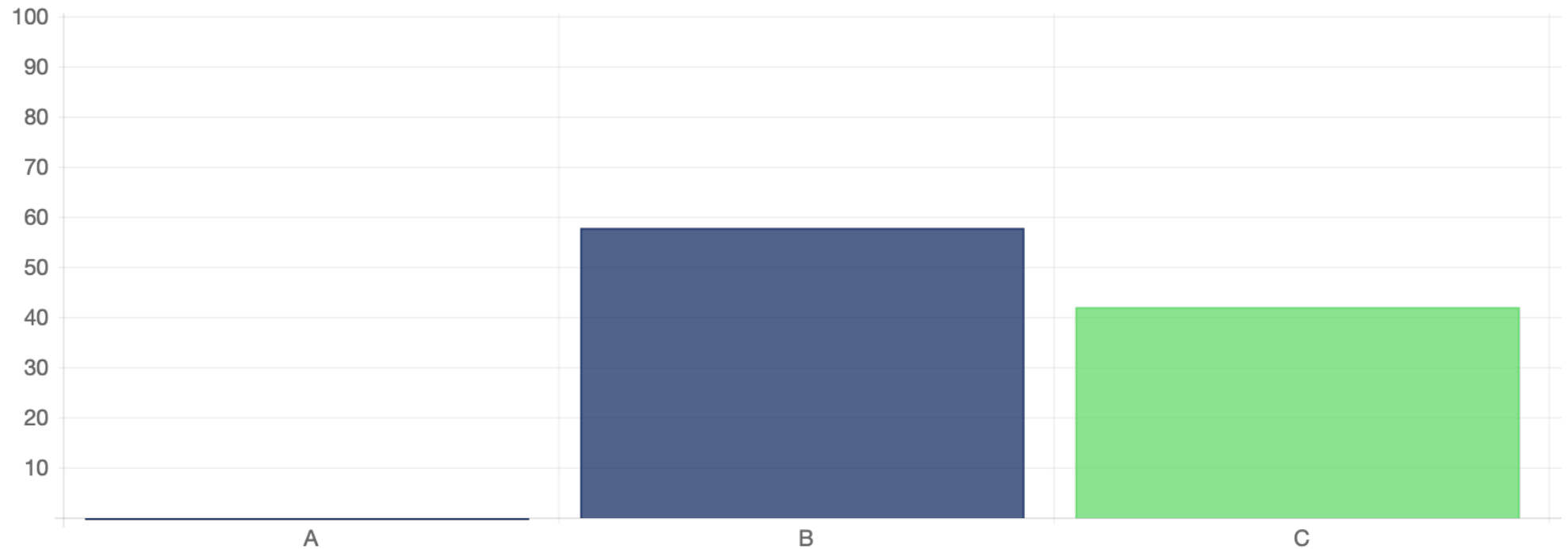
```
int A(abin a, int v[]) {  
    int l, r;  
    if (a == NULL) return 0;  
    l = A(a->esq, v+1);  
    r = A(a->dir, v+1+l);  
    v[0] = a->valor;  
    return 1+l+r;  
}
```

```
int B(abin a, int v[]) {  
    int l, r;  
    if (a == NULL) return 0;  
    l = B(a->esq, v);  
    r = B(a->dir, v+1);  
    v[1+l+r] = a->valor;  
    return 1+l+r;  
}
```

```
int C(abin a, int v[]) {  
    int l, r;  
    if (a == NULL) return 0;  
    l = C(a->esq, v);  
    r = C(a->dir, v+1);  
    v[l+r] = a->valor;  
    return 1+l+r;  
}
```



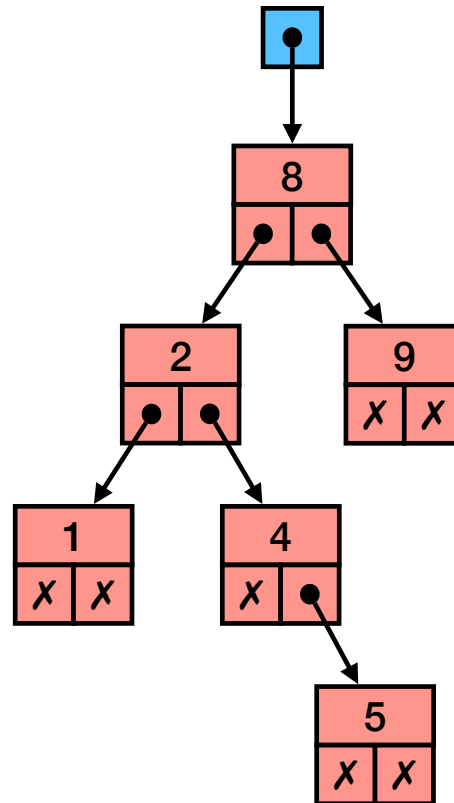
# #29 Como copiar para array postorder?



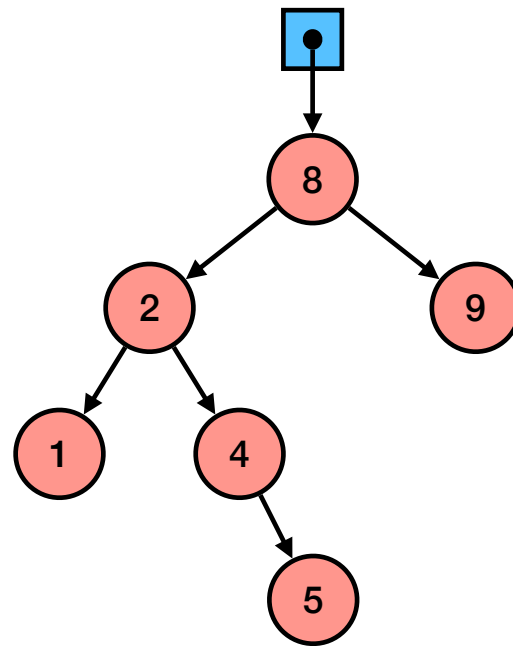
# Pesquisa

```
abin search(int x, abin a) {  
    abin r;  
    if (a == NULL) return NULL;  
    if (a->valor == x) return a;  
    r = search(x, a->esq);  
    if (r == NULL) return search(x, a->dir);  
    return r;  
}
```

# Árvores binárias de procura



# Árvores binárias de procura



# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    if (a == NULL) return NULL;  
    if (a->valor == x) return a;  
    if (a->valor > x) return search(x, a->esq);  
    else return search(x, a->dir);  
}
```

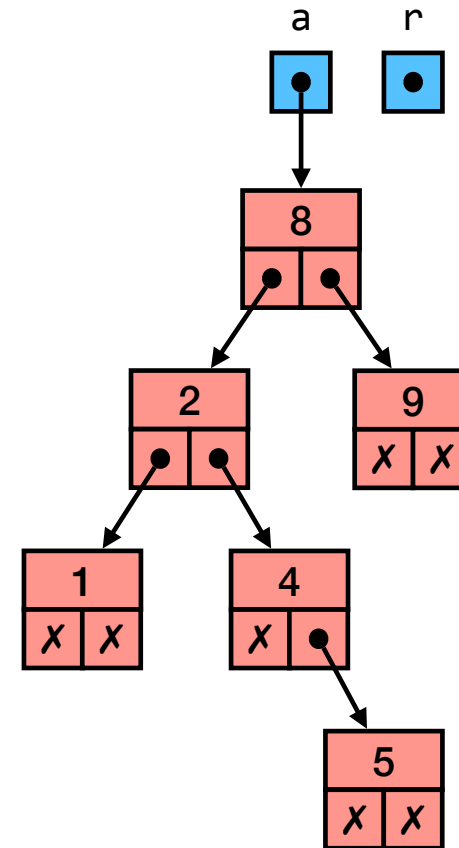
# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

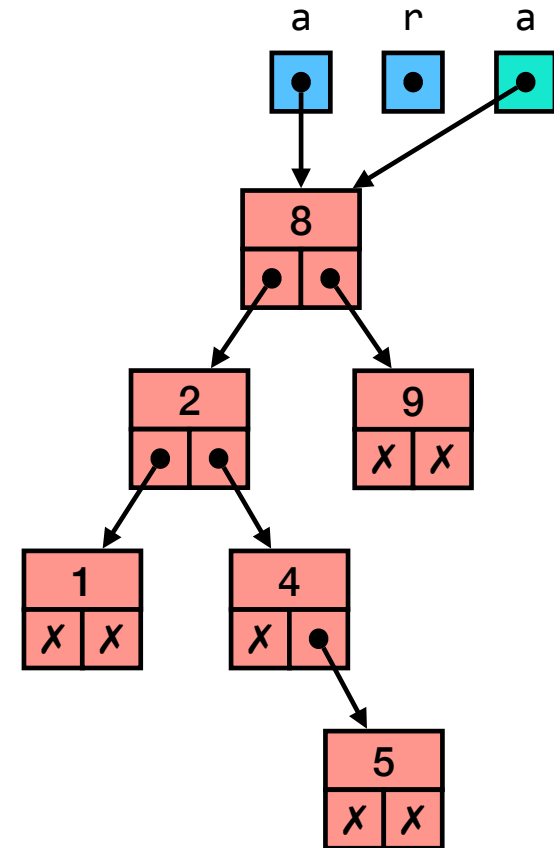
```
int main() {  
    abin a = ...;  
    abin r = search(5, a);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

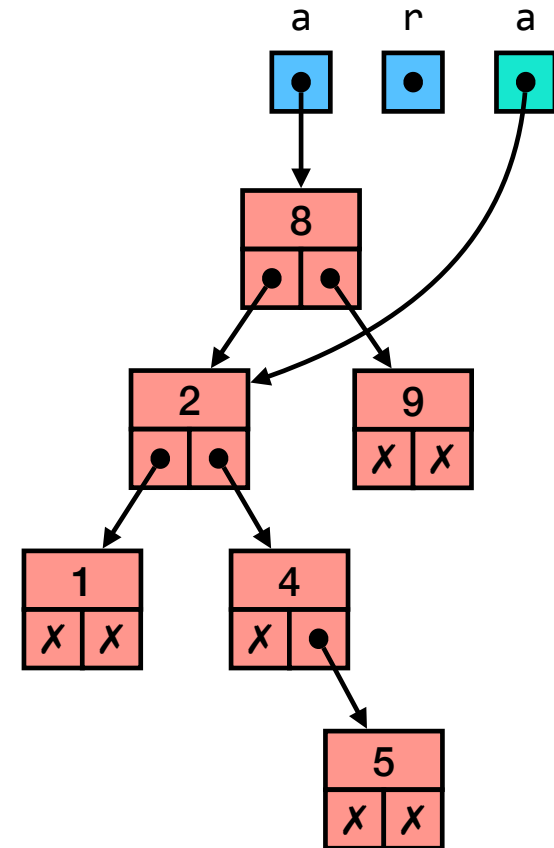
```
int main() {  
    abin a = ...;  
    abin r = search(5, a);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

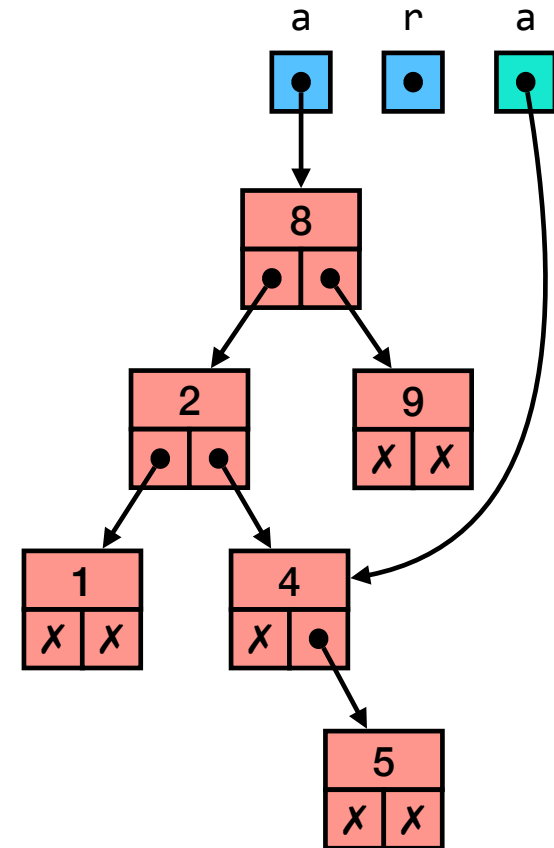
```
int main() {  
    abin a = ...;  
    abin r = search(5, a);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

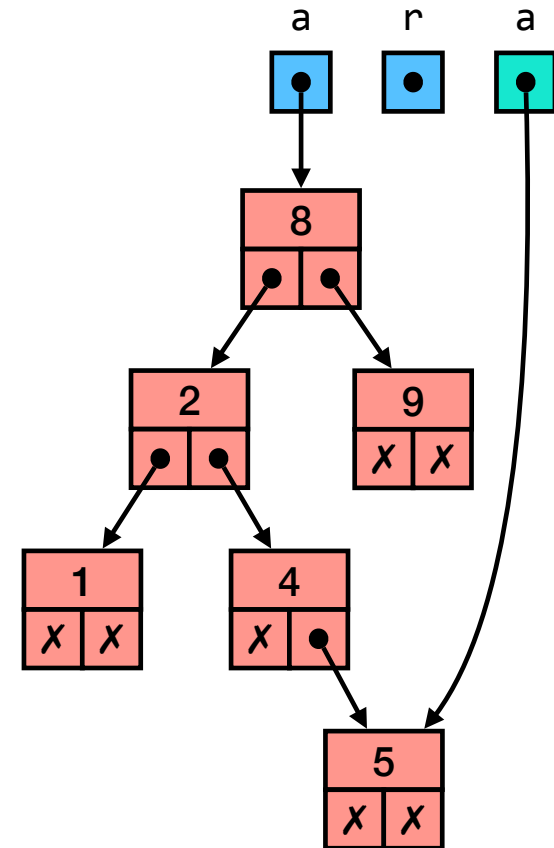
```
int main() {  
    abin a = ...;  
    abin r = search(5, a);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

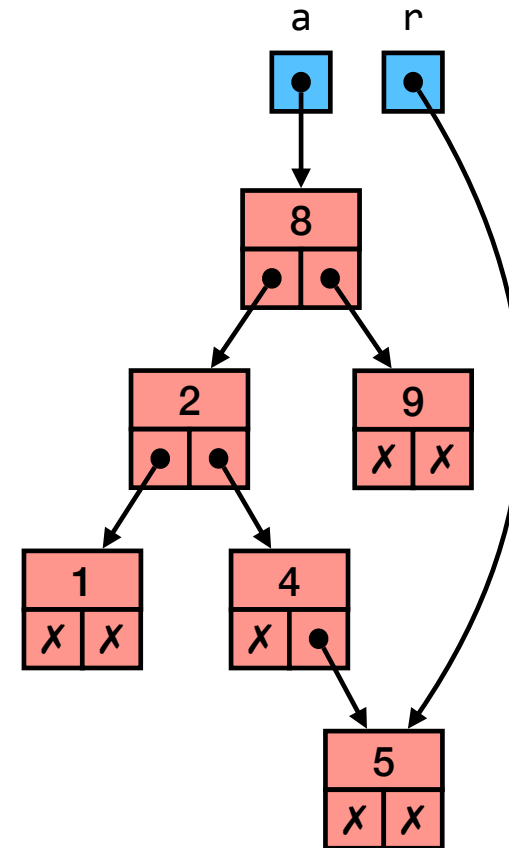
```
int main() {  
    abin a = ...;  
    abin r = search(5, a);  
    return 0;  
}
```



# Pesquisa ordenada

```
abin search(int x, abin a) {  
    while (a != NULL && a->valor != x) {  
        if (a->valor > x) a = a->esq;  
        else a = a->dir;  
    }  
    return a;  
}
```

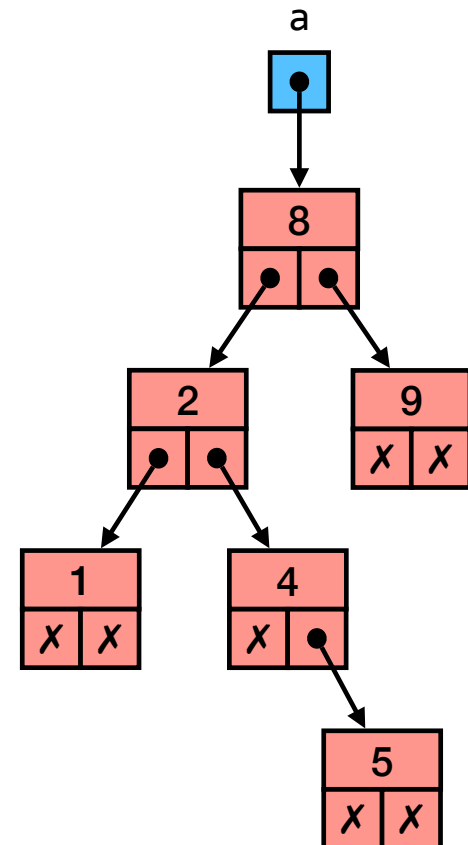
```
int main() {  
    abin a = ...;  
    abin r = search(5, a);  
    return 0;  
}
```



# Aula 21

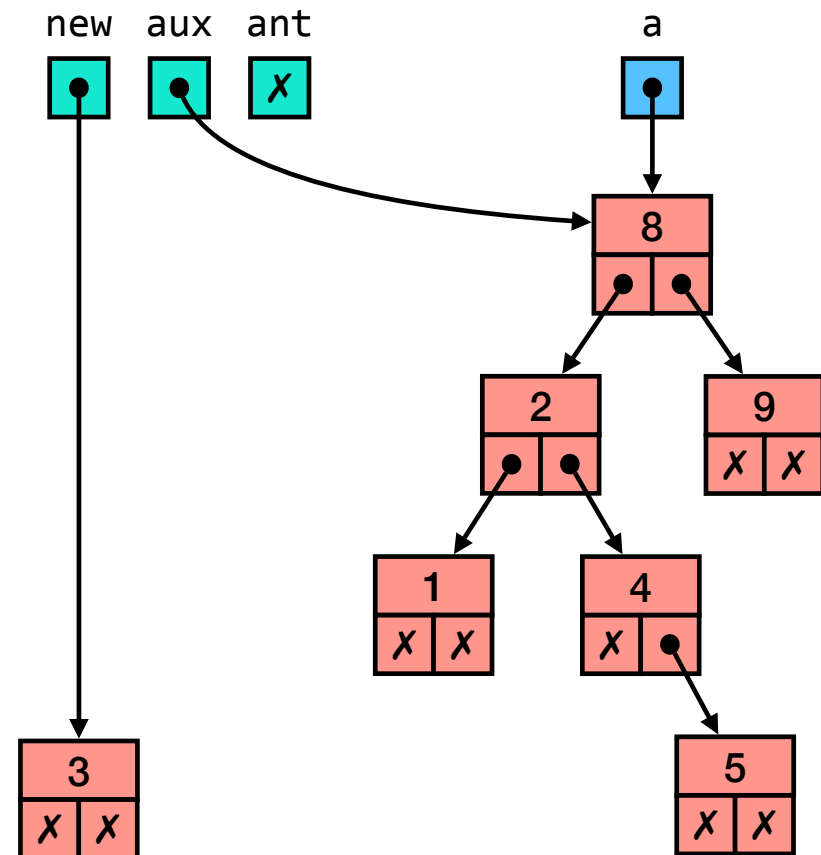
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



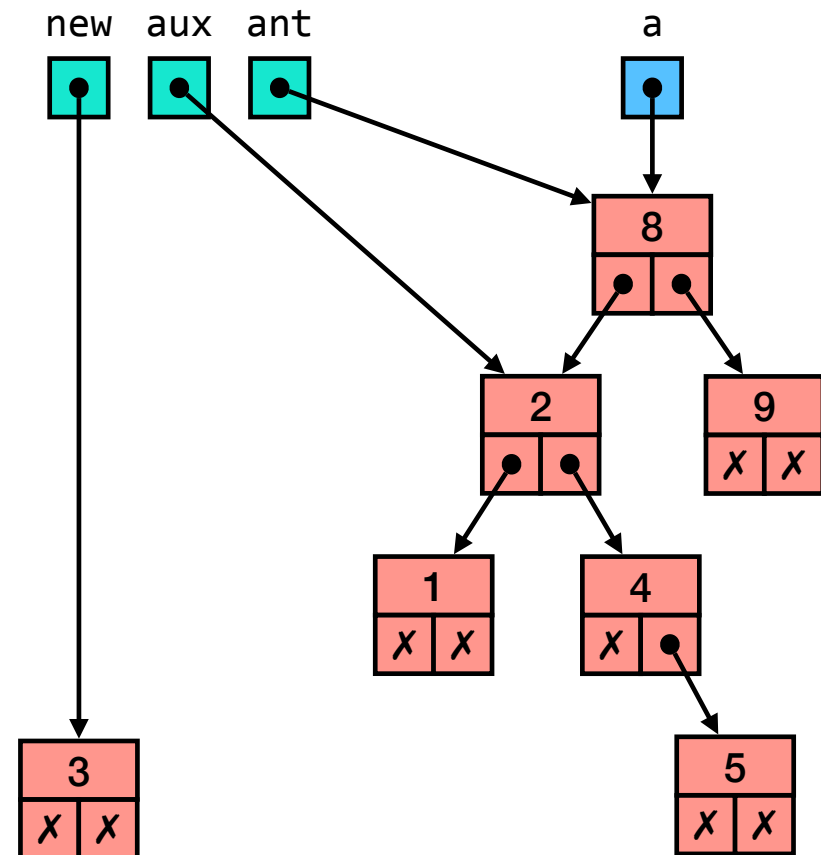
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



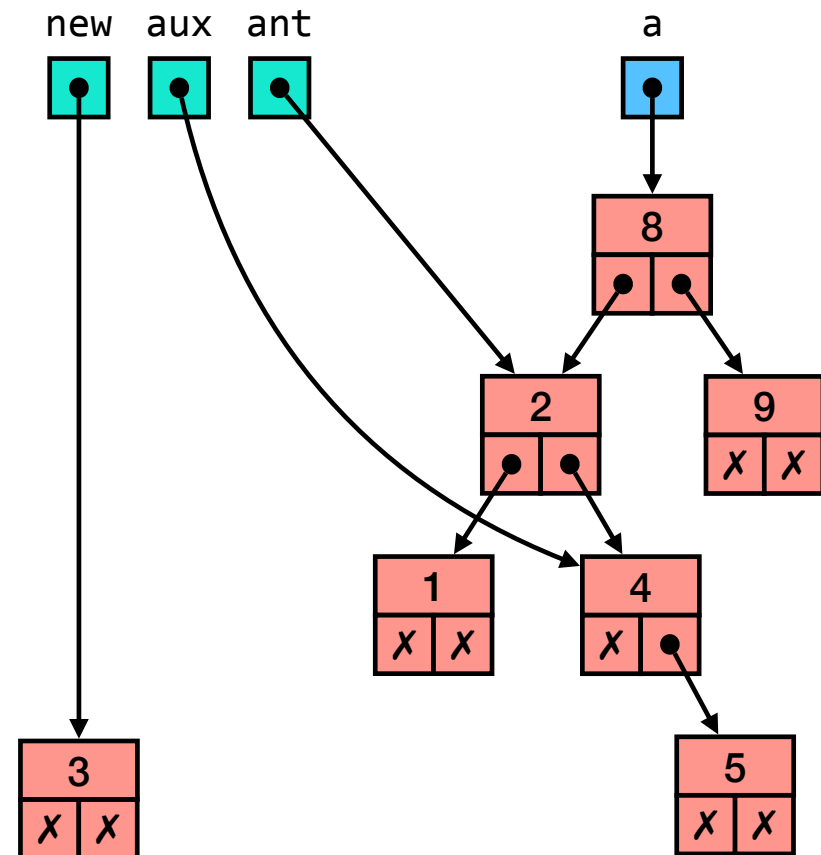
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



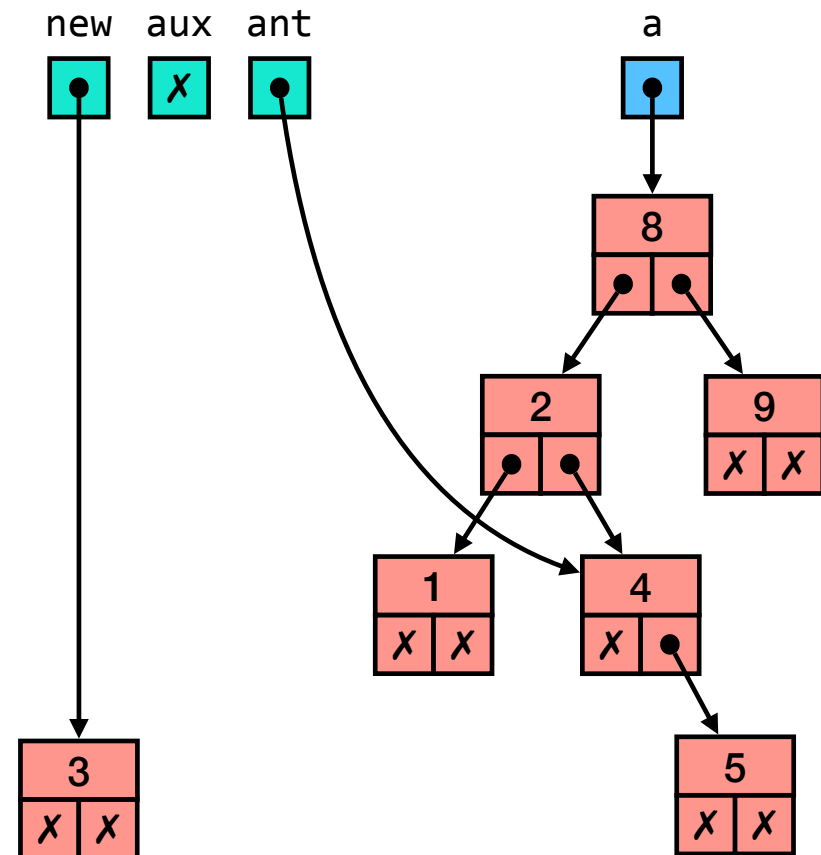
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



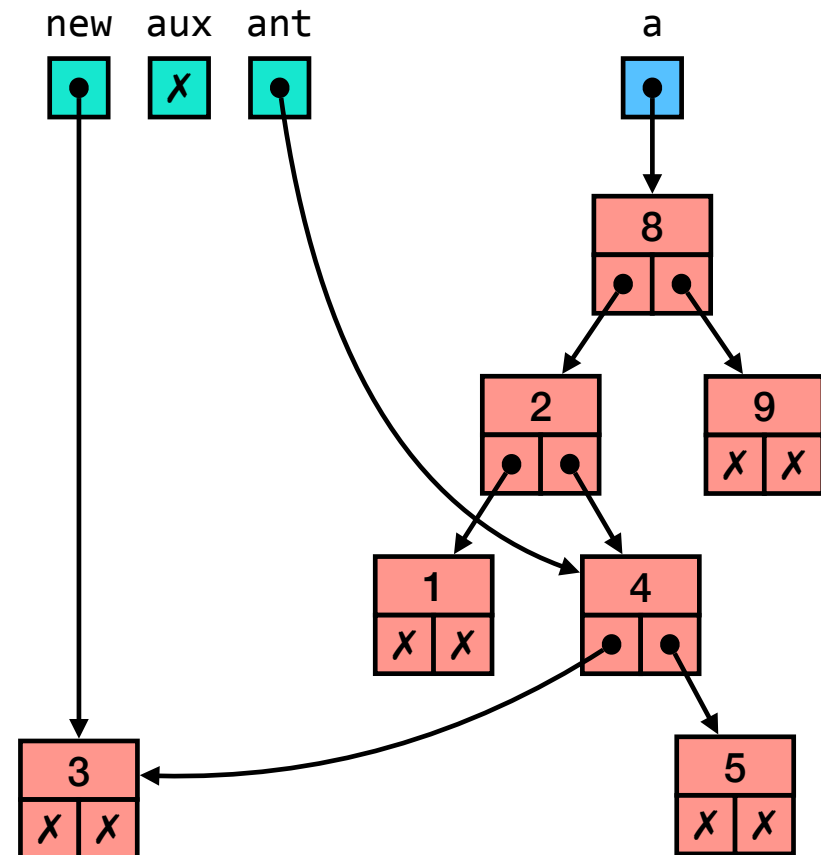
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



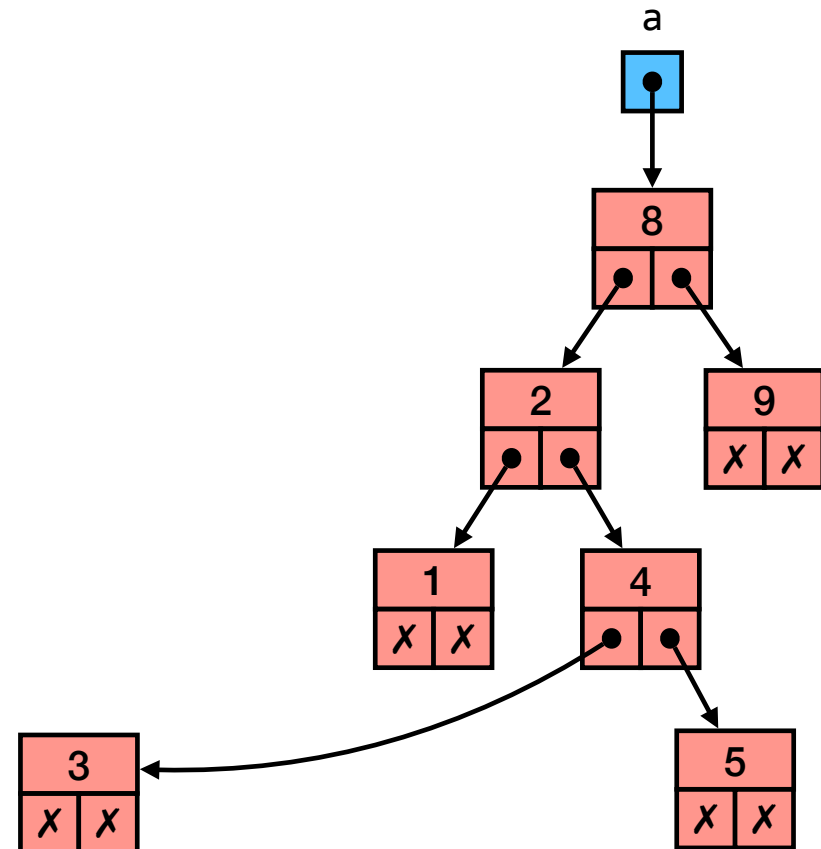
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```

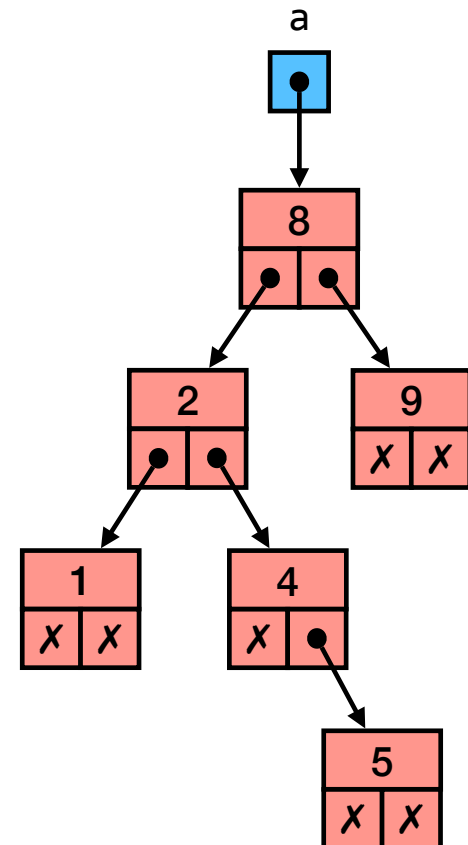


# Inserção ordenada

```
abin insert(int x, abin a) {  
    abin ant = NULL, aux = a, new = mkroot(x, NULL, NULL);  
    while (aux != NULL) {  
        ant = aux;  
        if (aux->valor > x) aux = aux->esq;  
        else aux = aux->dir;  
    }  
    if (ant == NULL) a = new;  
    else if (ant->valor > x) ant->esq = new;  
    else ant->dir = new;  
    return a;  
}
```

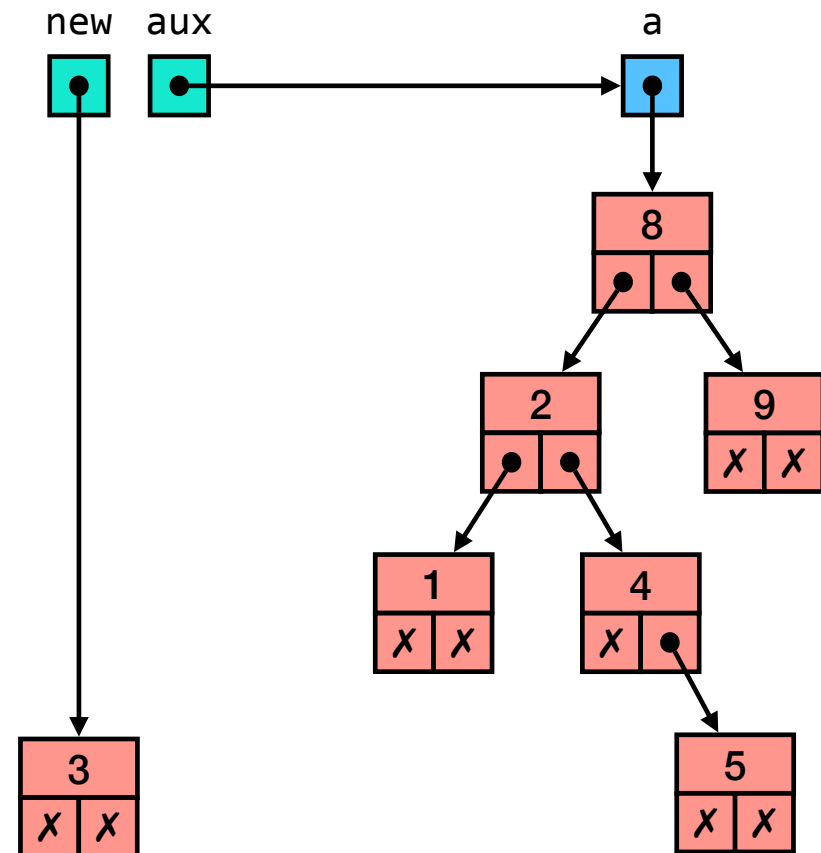
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



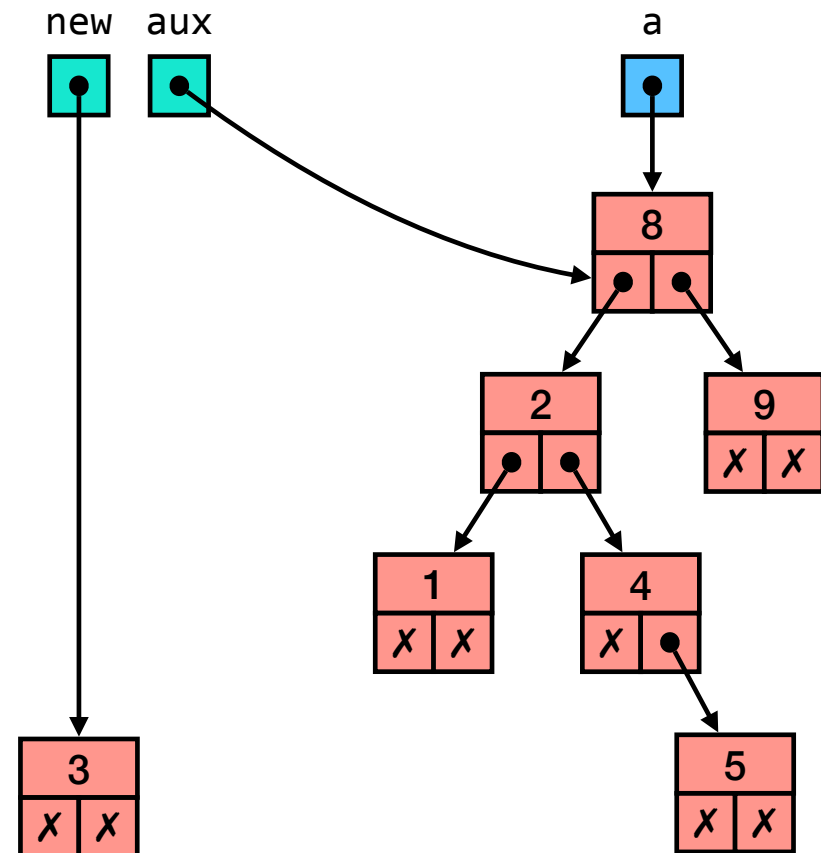
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



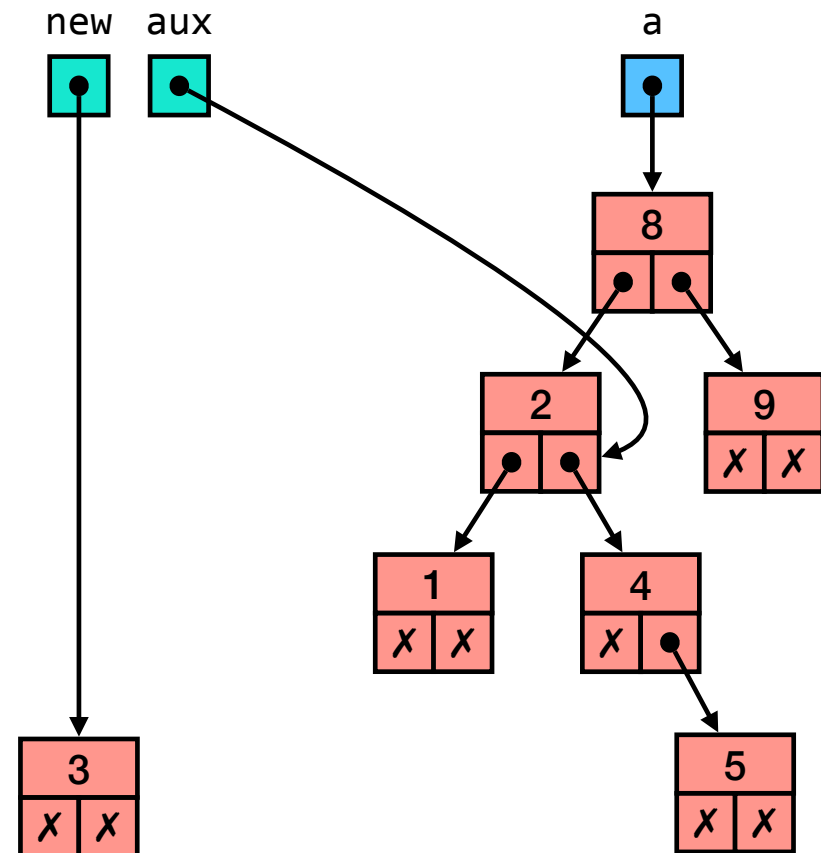
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



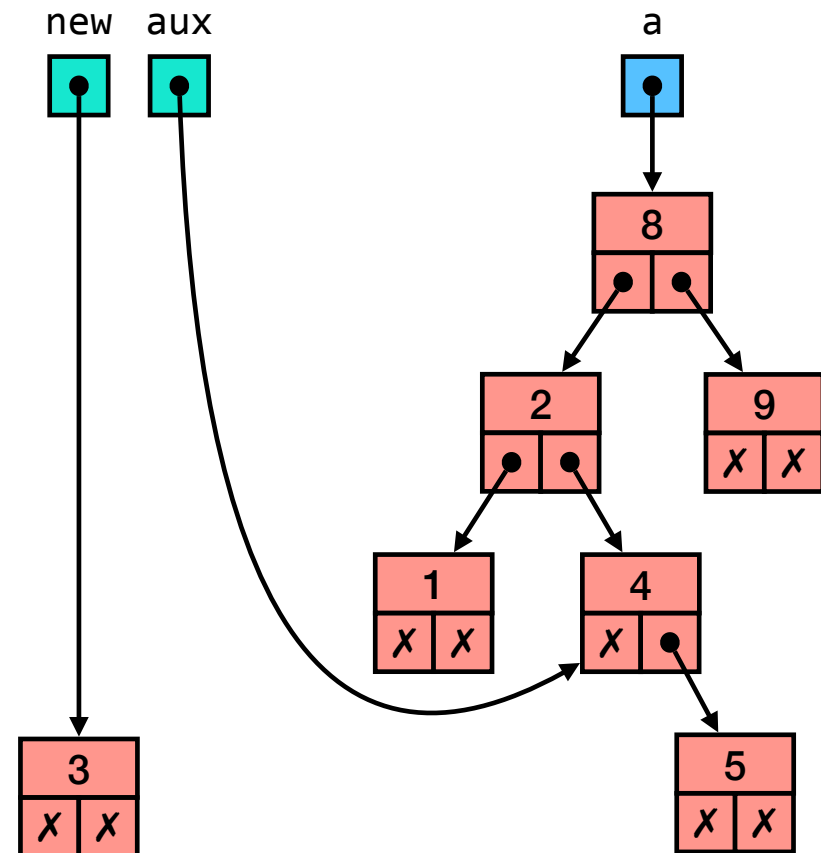
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



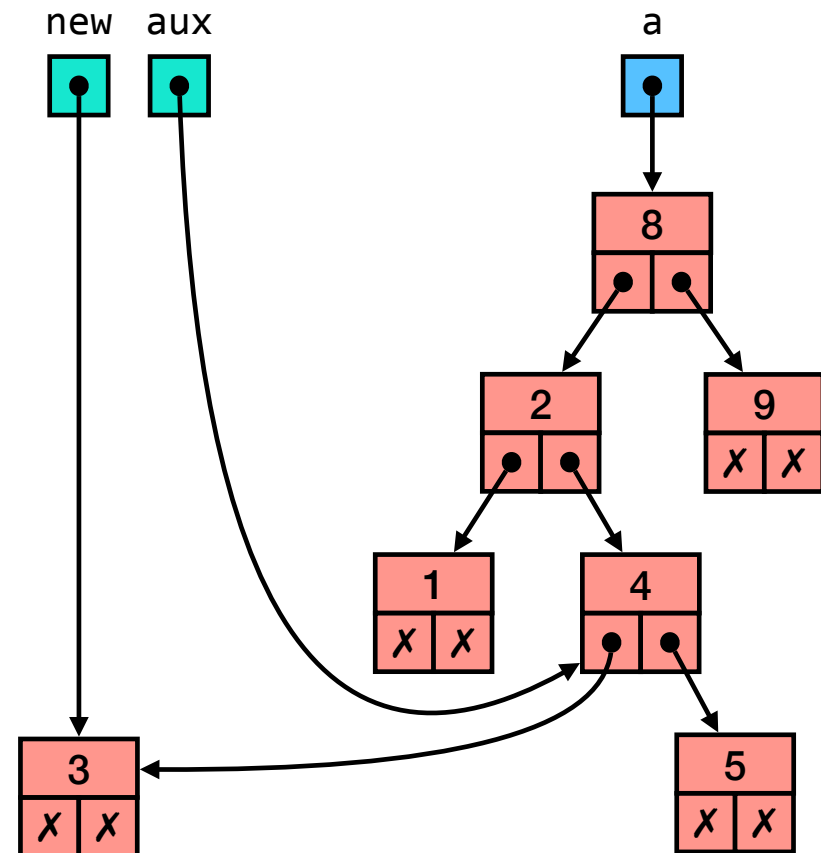
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



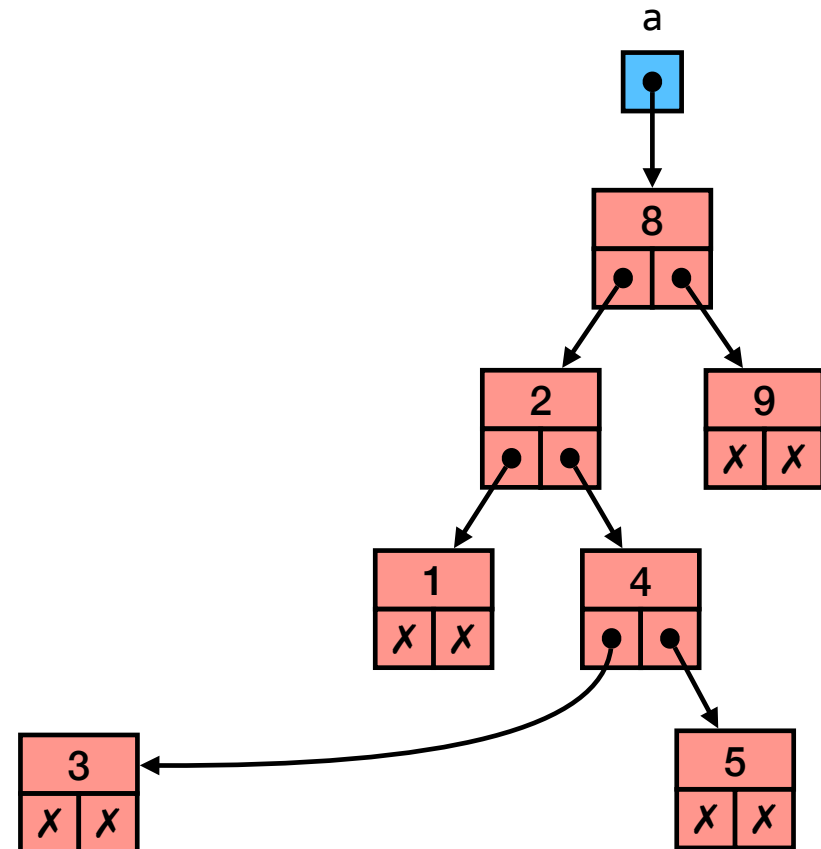
# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```



# Inserção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = insert(3, a);  
    return 0;  
}
```

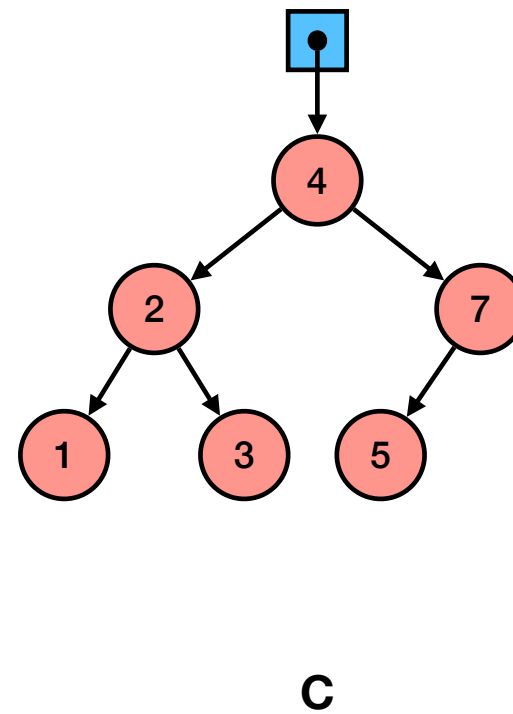
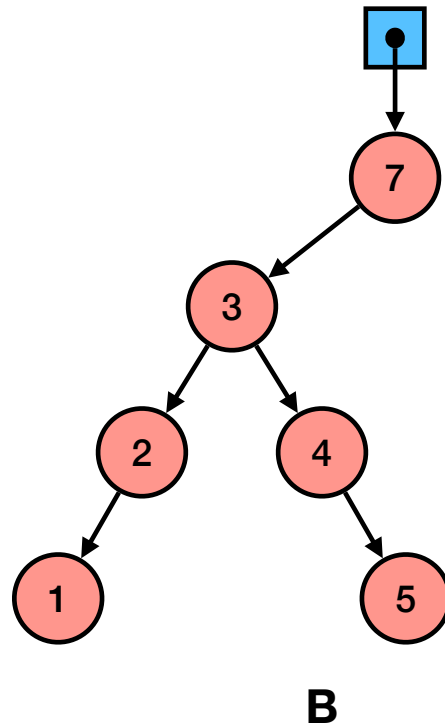
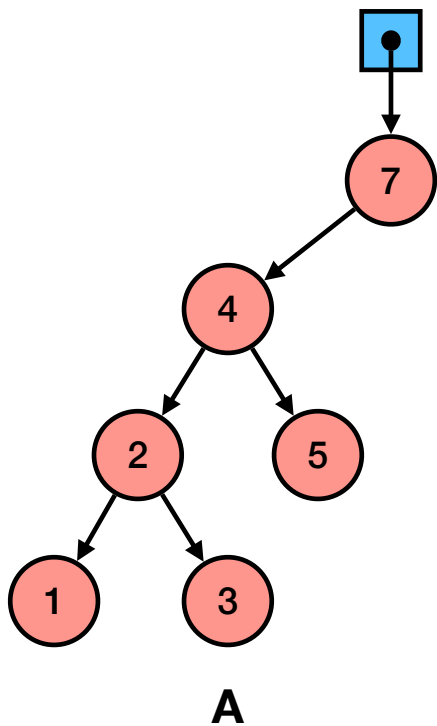


# Inserção ordenada

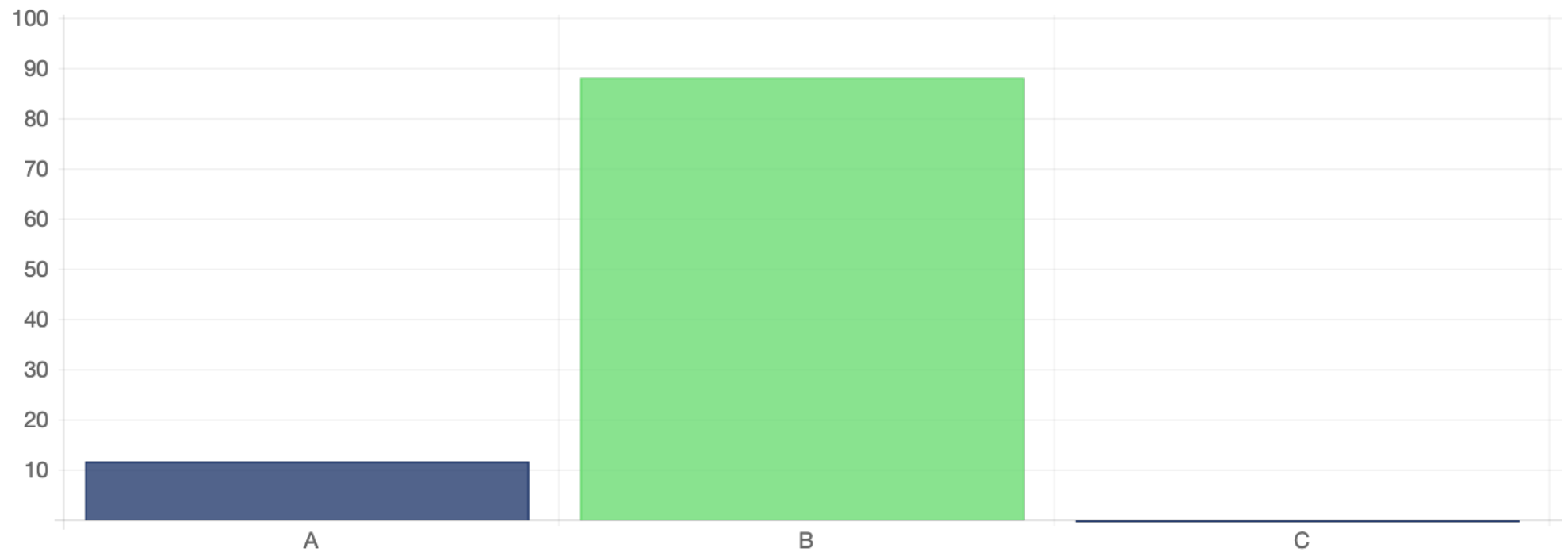
```
abin insert(int x, abin a) {  
    abin *aux = &a, new = mkroot(x, NULL, NULL);  
    while (*aux != NULL) {  
        if ((*aux)->valor > x) aux = &(*aux)->esq;  
        else aux = &(*aux)->dir;  
    }  
    *aux = new;  
    return a;  
}
```

## #30 Que árvore de procura vai ser criada?

```
int v[] = {7,3,4,5,2,1}; abin a = NULL;  
for (int i = 0; i < 6; i++) a = insert(v[i], a);
```

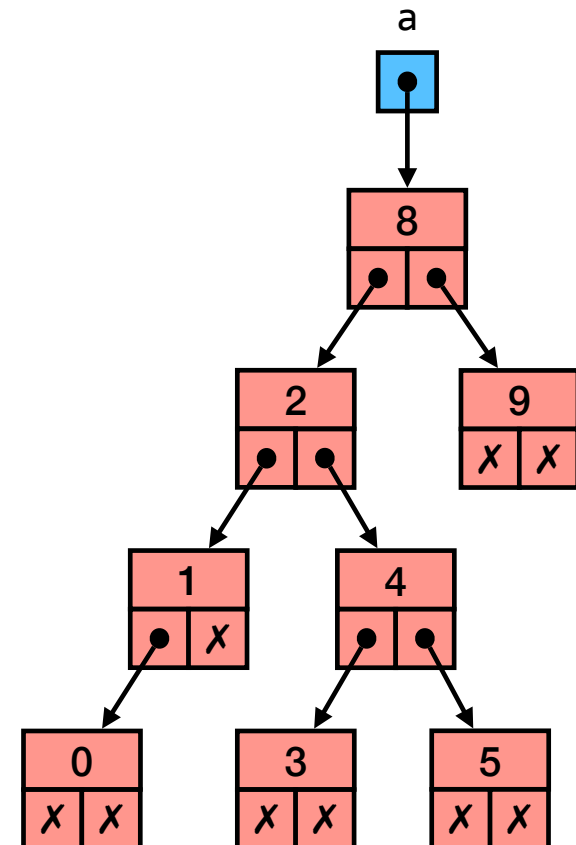


## #30 Que árvore de procura vai ser criada?



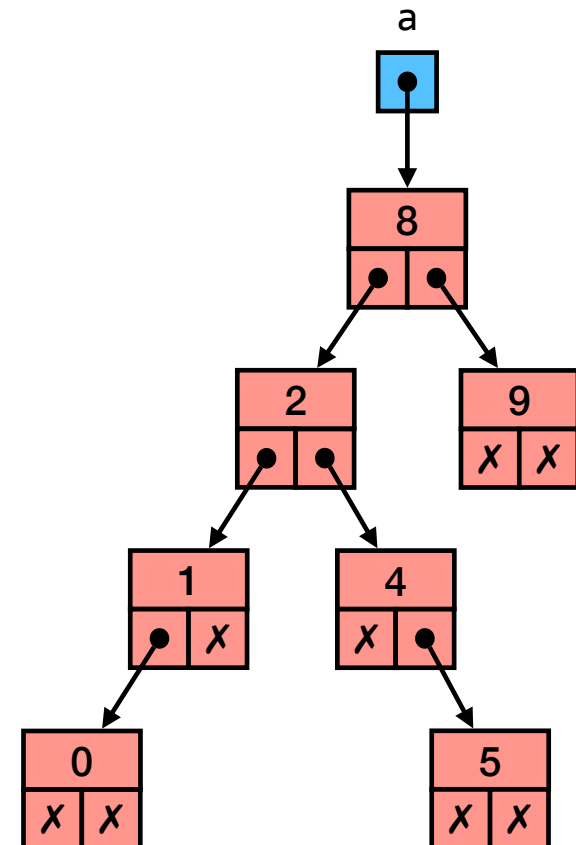
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(3, a);  
    return 0;  
}
```



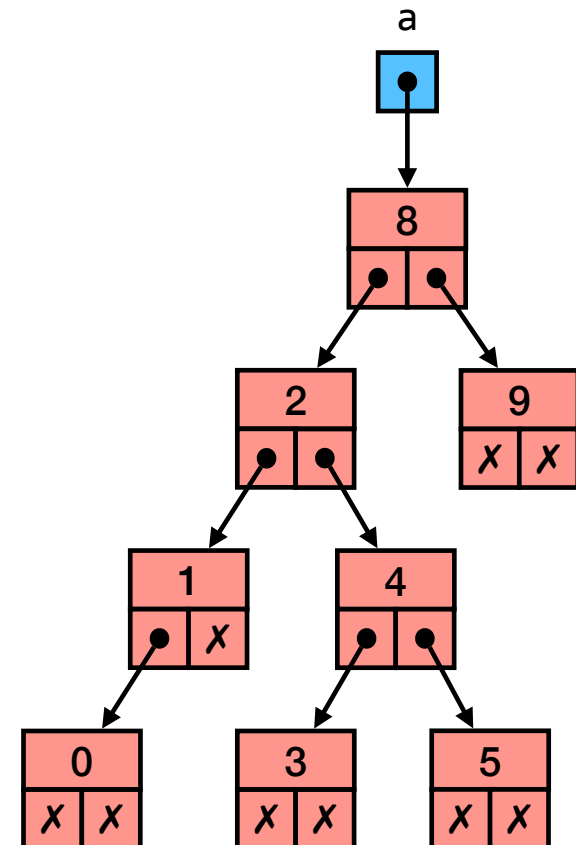
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(3, a);  
    return 0;  
}
```



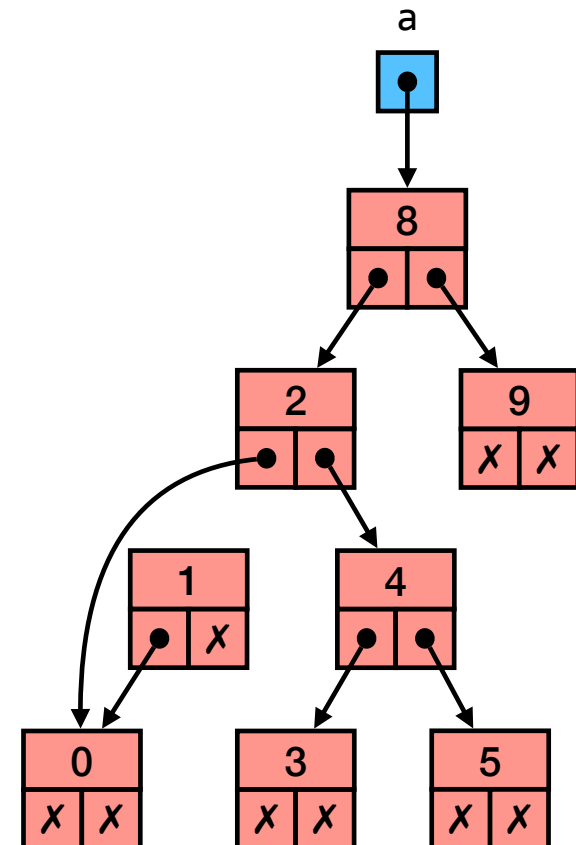
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(1, a);  
    return 0;  
}
```



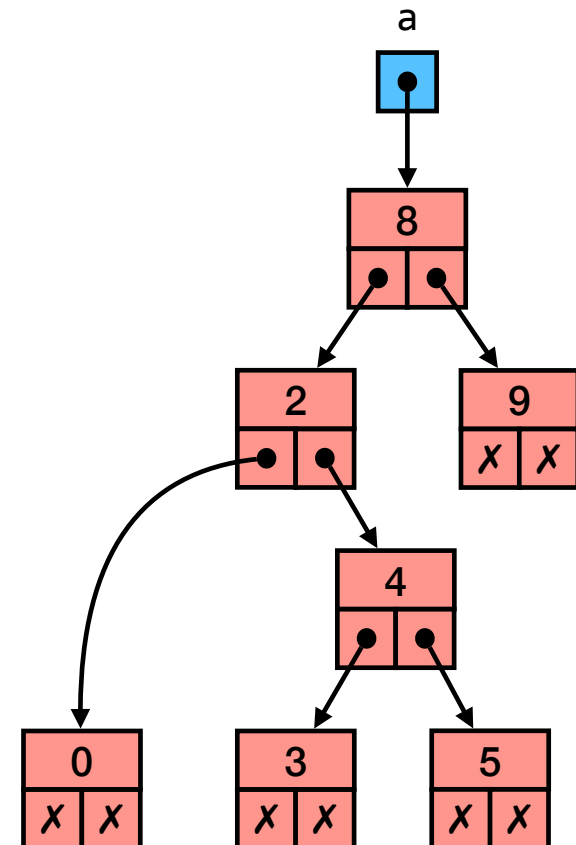
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(1, a);  
    return 0;  
}
```



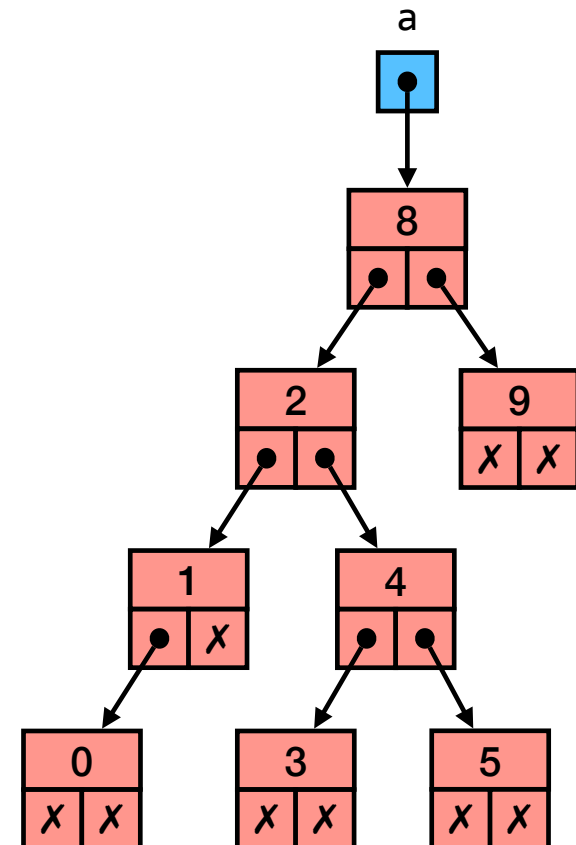
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(1, a);  
    return 0;  
}
```



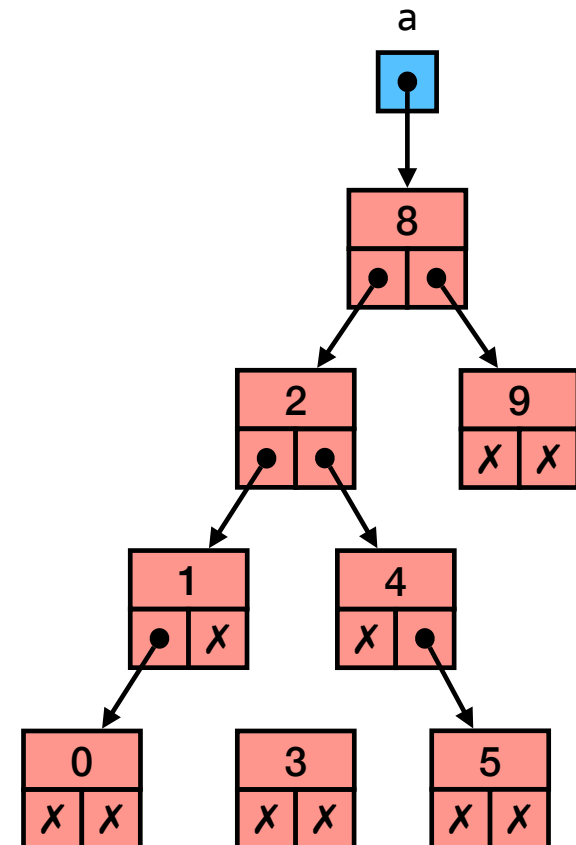
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



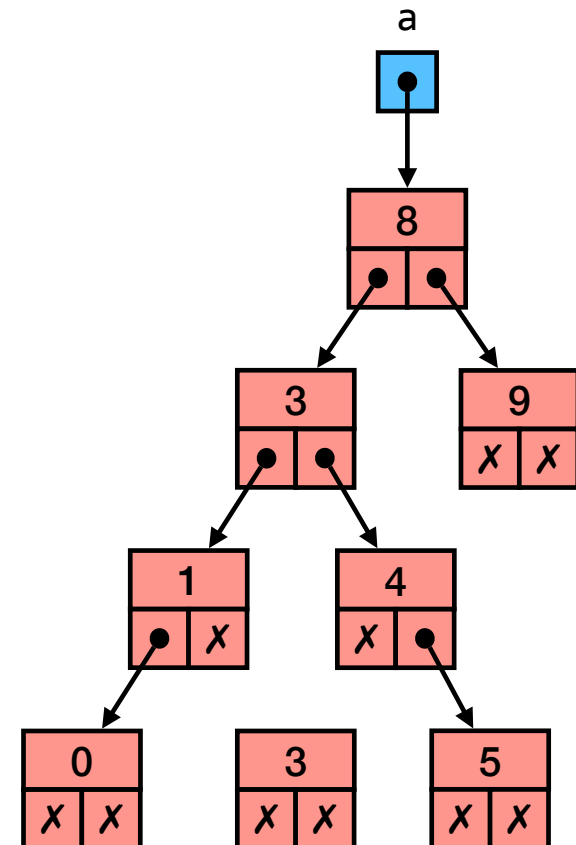
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



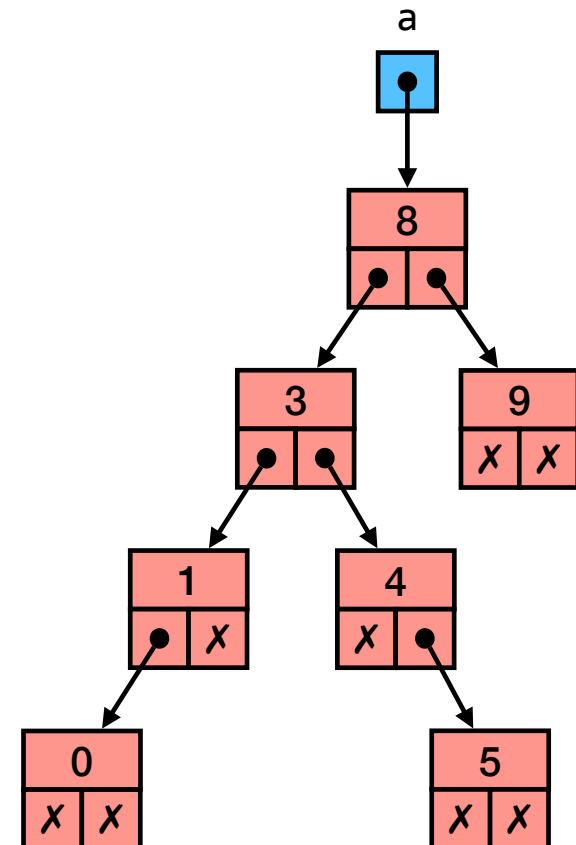
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



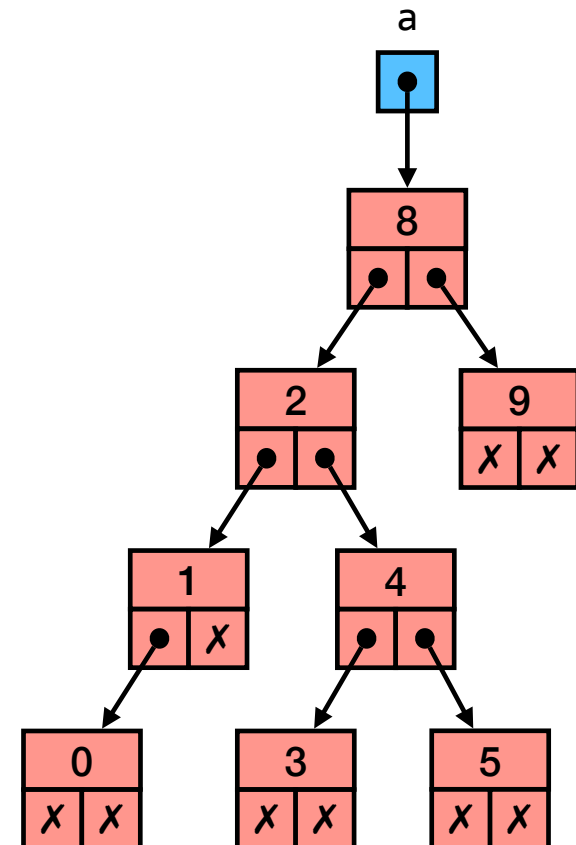
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



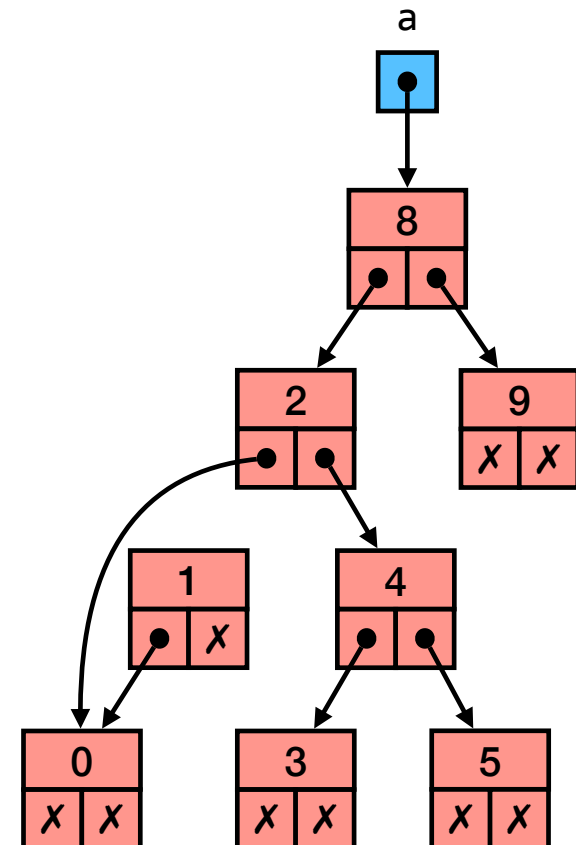
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



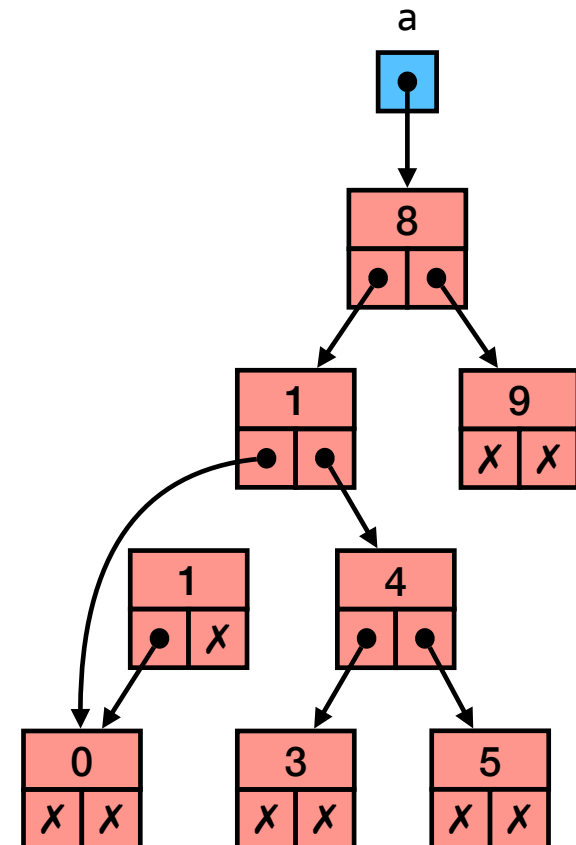
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



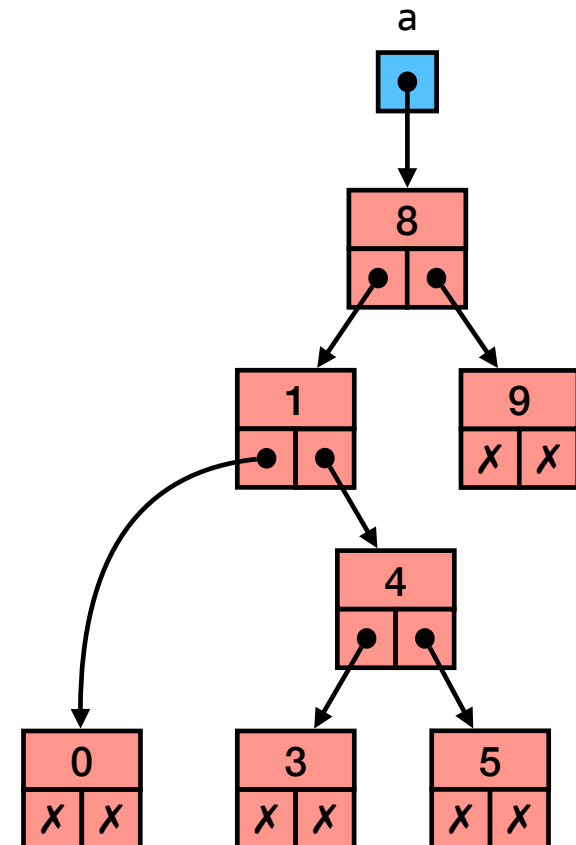
# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



# Remoção ordenada

```
int main() {  
    abin a = ...;  
    a = delete(2, a);  
    return 0;  
}
```



# Serializar árvore de procura

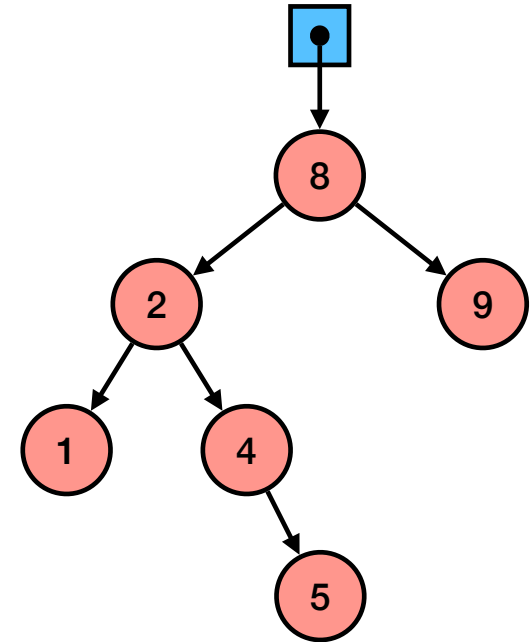


# #31 Que travessias podem ser invertidas?

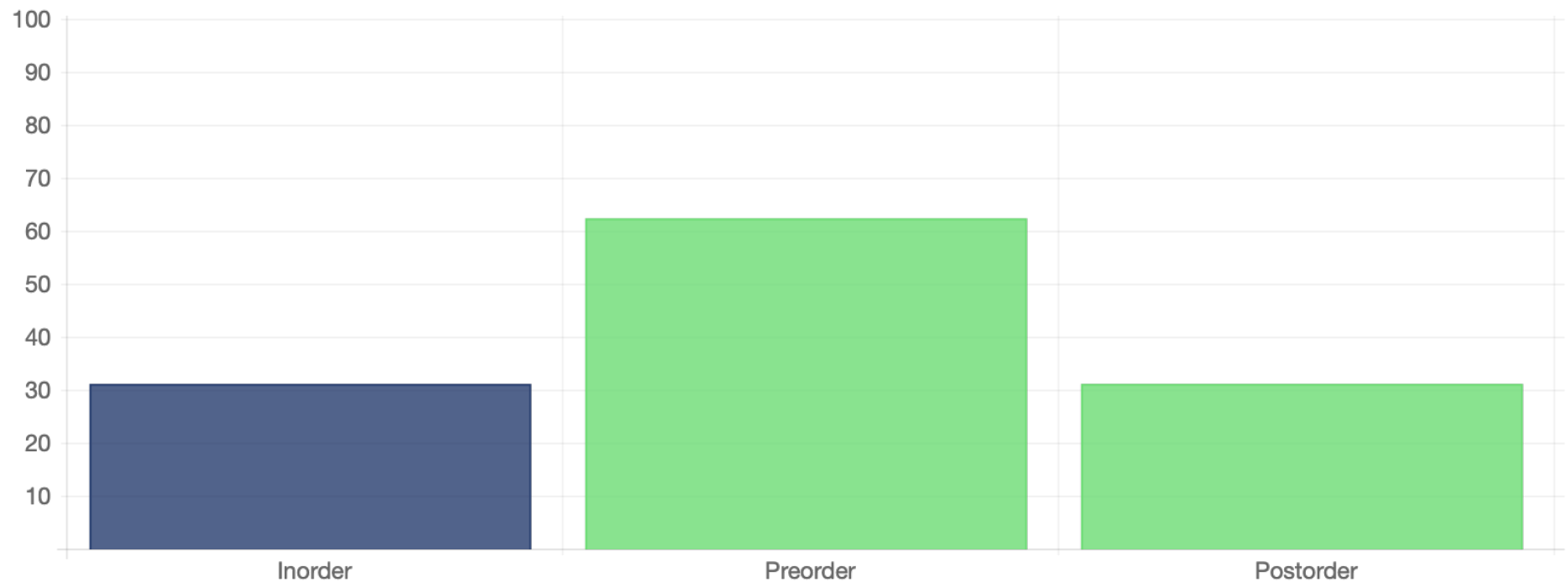
```
int toArrayInorder(abin a, int v[]);
```

```
int toArrayPreorder(abin a, int v[]);
```

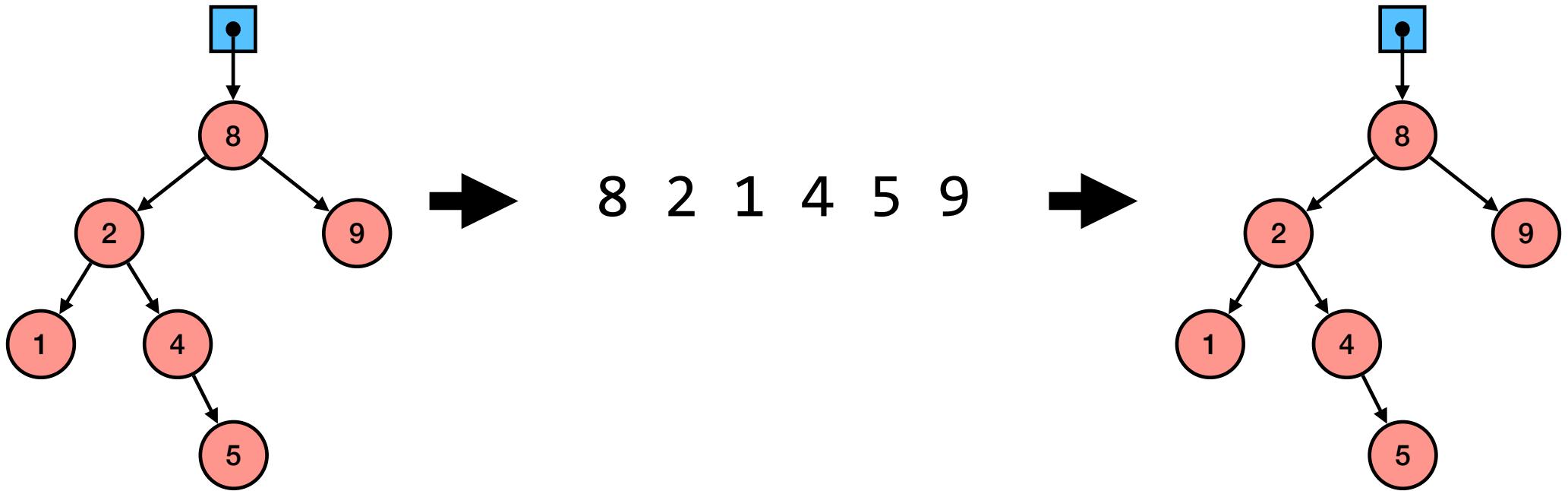
```
int toArrayPostorder(abin a, int v[]);
```



## #31 Que travessias podem ser invertidas?



# Serializar árvore de procura



# Inverter array preorder

```
int aux(abin *a, int *max, int v[], int N) {
    abin l, r; int nl, nr;
    if (N == 0 || (max != NULL && v[0] > *max)) {
        *a = NULL;
        return 0;
    }
    nl = aux(&l, v, v+1, N-1);
    nr = aux(&r, NULL, v+nl+1, N-nl-1);
    *a = mkroot(v[0], l, r);
    return 1+nl+nr;
}
```

```
abin fromArrayPreorder(int v[], int N) {
    abin a;
    aux(&a, NULL, v, N);
    return a;
}
```

# Serializar árvore arbitrária

