Universidade do Minho
Departamento de Matemática

LEI
2022/2023

Tópicos de Matemática Discreta

2.º teste — 11 de janeiro de 2023 — duração: 1h45min

Nome: ______________________________ Número ____________

Grupo I

Este grupo é constituído por 6 questões. Em cada questão, deve dizer se a afirmação indicada é verdadeira (V) ou falsa (F), assinalando o respetivo quadrado. Em cada questão, a cotação atribuída será *1 valor*, *-0,25 valores* ou *0 valores*, consoante a resposta esteja certa, errada, ou não seja assinalada resposta, respetivamente. A cotação total neste grupo é no mínimo *0 valores*.

		V	F
1.	Se $A = \{\{1\},\{\{1\}\},\mathbb{Z}\}$ e $B = \{1,\varnothing,\{1\}\}$, então $B \setminus A = \{\varnothing\}$.	□	□
2.	Para qualquer natural n e qualquer conjunto A, $\mathcal{P}(A^n) = (\mathcal{P}(A))^n$.	□	□
3.	Dado $A = \mathbb{Z}$, os conjuntos $\{x \in A : x+1 \in A\}$ e $\{x+1 : x \in A\}$ são iguais.	□	□
4.	A família de conjuntos $\big\{[-r,r] \, : \, r \in \mathbb{R}^+\big\}$ não é uma partição de $\mathbb{R}$.	□	□
5.	Se $(A,\leq)$ é um cpo e $X \subseteq A$ tem elemento máximo, então X tem um só elemento maximal.	□	□
6.	Se uma relação binária R, num conjunto não vazio A, é simétrica e distinta da relação identidade, então garantidamente R não é antissimétrica.	□	□

Grupo II

Este grupo é constituído por 4 questões. Responda, sem justificar, no espaço disponibilizado a seguir à questão.

1. Considere os conjuntos $A = \{a \in \mathbb{Z} : 3a \text{ é divisível por } 6\}$ e $B = \{b \in \mathbb{Z} : b - 3 \leq 5\}$. Indique $\mathbb{N} \cap (B \setminus A)$.

   Resposta:

2. Considere os conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{2,3,4\}$ e considere a relação binária R de A em B formada pelos pares (a,b) tais que $a+b > 4$ e a relação binária $S = \{(3,1),(3,3),(4,2)\}$ de B em A. Indique $R \circ S^{-1}$.

   Resposta:

3. Seja $A = \{1,2,3,4\}$. Indique a menor relação binária R em A que contém os pares $(1,4)$, $(3,2)$ e $(4,3)$ e tal que R é antissimétrica e transitiva.

Resposta:

4. Considere o conjunto $A = \{a,b,c,d\}$. Indique a relação de equivalência R em A associada à partição $\Pi = \{\{a,d\},\{b,c\}\}$ de A.

Resposta:

Grupo III

Este grupo é constituído por 3 questões. Responda na folha de exame.

1. Mostre que, se A, B e C são conjuntos não vazios, então $(A \times C) \setminus (B \times C) = (A \setminus B) \times C$.

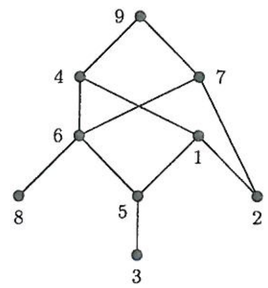
2. Seja R a relação de equivalência definida no conjunto $A = \{5, 10, 50, 100, 500, 1000, 1500\}$ por $x \, R \, y$ se e só se existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $y = x \times 10^n$.

   (a) Mostre que a relação R é, efetivamente, reflexiva.

   (b) Indique $a \in A$ tal que $[a]_R \cap [10]_R = \varnothing$. Justifique.

   (c) Indique, justificando, o conjunto quociente A/R.

3. Considere o c.p.o. $(A, \leq)$ com o seguinte diagrama de Hasse associado:



   (a) Indique os elementos minimais e os elementos maximais do subconjunto $X = \{2,3,5,8\}$ de A.

   (b) Indique o conjunto dos majorantes do subconjunto $Y = \{1,2,6\}$ de A.

   (c) O subconjunto $Z = \{1,4,5,6,8\}$ de A admite supremo? Justifique a sua resposta.

   (d) Verifique que o c.p.o. dado não é um reticulado.

Cotações	I	II	III
	6	4	3+4+3